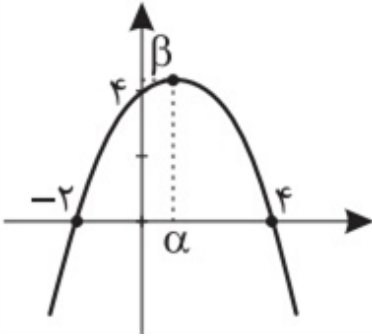


| | | | |
|---|-------------------------------|---|-------------------------------|
| نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا: | نمره با عدد: نمره با حروف: | نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا: | نمره با عدد: نمره با حروف: |
|---|-------------------------------|---|-------------------------------|

۱ نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + mx + n = 0$ باشند، حاصل $m + n$ کدام است؟



- ۱) -۱ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{5}{2}$

۲ مجموع جملات منفی در دنباله‌ی درجه ۲ با جمله‌ی عمومی $t_n = 4n^2 - 36n + 65$ کدام است؟

- ۱) -۳۳ ۲) -۴۴ ۳) -۵۵ ۴) -۶۶

۳ مثلی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 5x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟ ($c \neq 0$)

- ۱) $1/75$ ۲) $2/75$ ۳) $-1/75$ ۴) $-2/75$

۴ معادله‌ی قدرمطلق $|5 - 2x| + |3 + 2y| = 17$ به‌ازای چند عدد صحیح x جواب دارد؟

- ۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۱۹ ۴) ۲۰

۵ نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در

نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۱

۶ در دنباله درجه دومی که جملات سوم و نهم و پنجاهم آن به ترتیب ۱۰۸، -۴۲ و ۸۶۰ است، چند جمله منفی وجود دارد؟

- ۱) ۲۱ ۲) ۲۲ ۳) ۲۳ ۴) ۲۴

۷ اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} - 7 \leq 0$ به صورت $[a, b]$ بیان شود، حاصل $a + b$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\frac{-5}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۸ عبارت $A = \frac{x^2 - x^2 - x + 1}{2x + m - 1}$ به ازای کدام مقدار m همواره در دامنه خود، نامنفی است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۹ سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ دارای محور تقارنی به معادله $x = -1$ است. اگر نمودار سهمی بر محور طولها مماس و محور عرضها را در نقطه ۲ قطع کند، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۸ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۱۰ به ازای چه مقادیری از m نمودار سهمی به معادله $y = mx^2 + 2mx - 1$ همواره زیر خط $y = -\frac{1}{4}$ قرار دارد؟

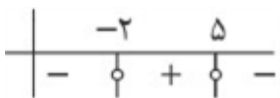
$0 < m < \frac{1}{4}$ (۴)

$m < -\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{4} < m < 0$ (۲)

$m > 0$ (۱)

۱۱ اگر جدول تعیین علامت عبارت $ax^2 + bx + 30$ به فرم زیر باشد، جواب نامعادله $ax + b > 0$ کدام است؟



$x < 3$ (۴)

$x > -3$ (۳)

$x > 3$ (۲)

$x < -3$ (۱)

۱۲ مجموعه جواب نامعادله $0 < \frac{2x-1}{x+1} < 2$ زیر کدام است؟

$$0 < \frac{2x-1}{x+1} < 2$$

$3 < x$ (۴)

$\frac{1}{4} < x$ (۳)

$-\frac{1}{4} < x < 3$ (۲)

$\frac{1}{4} < x < 3$ (۱)

۱۳ در کدام سهمی، عرض رأس سهمی ۴ است؟

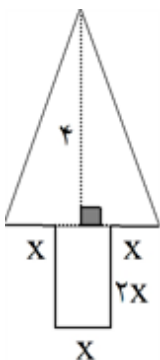
$y = x^2 - 5x + 2$ (۴)

$y = 2x^2 - x + 5$ (۳)

$y = x^2 - 2x + 5$ (۲)

$y = 2x^2 - 5x + 1$ (۱)

۱۴ اگر مساحت شکل مقابل برابر با ۸ باشد، مقدار x کدام است؟



۱ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

-۴ (۱)

۱۵ به ازای کدام مقادیر m معادله‌ی درجه دوم $(m - 1)x^2 + 2mx + m + 5 = 0$ ریشه‌ی حقیقی ندارد؟

$m < \frac{-5}{4}$ (۴) $m > \frac{-5}{4}$ (۳) $m < \frac{5}{4}$ (۲) $m > \frac{5}{4}$ (۱)

۱۶ طول یک مستطیل ۳ واحد از ۲ برابر عرض آن بیشتر است. اگر مساحت آن ۶۵ واحد باشد، محیط آن کدام است؟

۵۴ (۴) ۲۷ (۳) ۳۶ (۲) ۱۸ (۱)

۱۷ مجموع مربعات دو عدد زوج متوالی طبیعی ۱۰۶۰ است. عدد کوچک‌تر کدام است؟

۲۶ (۴) ۲۴ (۳) ۲۲ (۲) ۲۰ (۱)

۱۸ اگر عبارت $1 + (a - 1)x + (a - 1)x^2$ به ازای هر مقدار x ، مثبت باشد. a کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

$[1, 5)$ (۴) $[1, 5]$ (۳) $(1, \infty)$ (۲) $(1, 5)$ (۱)

۱۹ اگر مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله $x < 2x - \frac{x+a}{3}$ با مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله $b < x - \frac{5}{4}$ برابر باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۱ (۱)

۲۰ مربع عددی از ۵ برابر آن عدد ۶ واحد کوچک‌تر است. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند عدد موردنظر باشد؟

۳ و ۲ (۴) ۵ و ۴ (۳) ۳ و ۲ (۲) ۴ و ۲ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

راه حل ۱:

$$f(x) = a(x + 2)(x - 4)$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow -8a = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)(x - 4)$$

رأس سهمی : $S\left(1, \frac{9}{2}\right)$

$$\alpha = 1, \beta = \frac{9}{2} \Rightarrow (x - 1)\left(x - \frac{9}{2}\right) = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{9}{2} = 0$$

$$m + n = \frac{-11}{2} + \frac{9}{2} = -1$$

راه حل ۲: $\alpha = 1$ یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + mx + n = 0$ است، پس در معادله صدق می‌کند.

$$1 + m + n = 0 \Rightarrow m + n = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نمودار دنباله t_n یک سهمی رو به بالا است:  و جملات بین ریشه‌های $t_n = 0$ همگی منفی هستند.

بنابراین:

$$4n^2 - 36n + 65 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{5}{2} \\ n = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow n = 3, 4, 5, 6 \text{ شمار جملات منفی}$$

$$t_3 + t_4 + t_5 + t_6 = (-7) + (-15) + (-15) + (-7) = -44$$

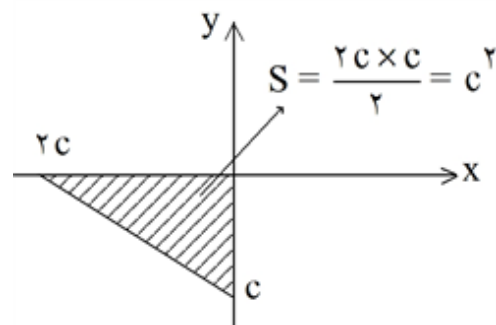
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مساحت مثلث برابر c^2 است. پس ریشه معادله $x^2 + 5x + c = 0$ باید برابر $2c$ باشد.

$$\xrightarrow{2c} (2c)^2 + 5(2c) + c = 0$$

جایگزین می‌کنیم

$$\Rightarrow 4c^2 + 11c = 0 \Rightarrow c(4c + 11) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 \text{ غ ق ق} \\ c = -\frac{11}{4} = -2/75 \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$|5 - 2x| + |3 + 2y| = 17 \Rightarrow |3 + 2y| = 17 - |5 - 2x|$$

چون $|3 + 2y| \geq 0 \Rightarrow 17 - |5 - 2x| \geq 0 \rightarrow |5 - 2x| \leq 17$

$$-17 \leq 5 - 2x \leq 17 \xrightarrow{-5} -22 \leq -2x \leq 12 \xrightarrow{\div(-2)}$$

$$11 \geq x \geq -6 \xrightarrow{\text{صحیح } x} x = -6, -5, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 11$$

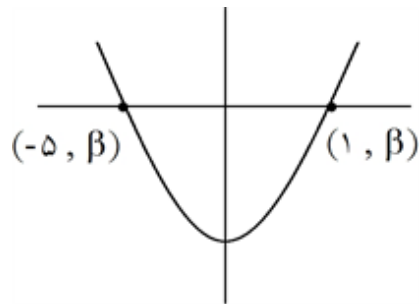
معادله قدرمطلق به ازای ۱۸ عدد صحیح برقرار است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

راس سهمی $x = \frac{-5+1}{2} = -2$, راس سهمی $y = -\frac{1}{4}$

$$y = a(x + 2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=\frac{3}{4}}} \frac{3}{4} = 4a - \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x + 2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{x=1} \beta = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمله عمومی دنباله درجه دو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است: ۶

$$t_7 = 108 \Rightarrow 108 = 49a + 7b + c \quad (1)$$

$$t_9 = -42 \Rightarrow -42 = 81a + 9b + c \quad (2)$$

$$t_{25} = 860 \Rightarrow 860 = 625a + 25b + c \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} 1, 2 \rightarrow \begin{cases} -150 = 72a + 6b \\ 902 = 2419a + 41b \end{cases} \\ 2, 3 \rightarrow \begin{cases} -150 = 72a + 6b \\ 902 = 2419a + 41b \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -37 \end{cases} \Rightarrow c = 210$$

$$t_n = n^2 - 37n + 210 \Rightarrow t_n = (n - 7)(n - 30) < 0$$

$$\downarrow$$

$$7 < n < 30$$

مقدار n (شماره جمله) طبیعی است

$$8 \leq n \leq 29$$

تعداد جملات منفی $= (29 - 8) + 1 = 22$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷

$$\sqrt{(3x-1)^2} \leq 7 \Rightarrow |3x-1| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 3x-1 \leq 7 \Rightarrow -6 \leq 3x \leq 8$$

عبارت زیر رادیکال همواره نامنفی است.

$$-2 \leq x \leq \frac{8}{3}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$a \quad b$$

$$a + b = -2 + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۸ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{x^2(x-1) - (x-1)}{2x+m-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x^2-1)(x-1)}{2x+m-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2(x+1)}{2x+m-1} \geq 0$$

چون همواره $(x-1)^2 \geq 0$ $\rightarrow \frac{x+1}{2x+m-1} \geq 0$

عبارت صورت به ازای $x > -1$ مثبت و به ازای $x < -1$ منفی است. بنابراین برای آنکه کل کسر همواره نامنفی باشد، باید مخرج کسر مضرری از $x+1$ باشد. در نتیجه:

$$2x+m-1 = 2(x+1)$$

$$m-1=2 \Rightarrow m=3$$

$$2 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 2$$

گزینه ۹ پاسخ صحیح است.

$$x = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a, y = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = 0 \Rightarrow -b^2 + 4ac = 0$$

$$-4a^2 + 4a = 0 \Rightarrow 4a(-a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 & \text{غ ق ق} \\ a=1 \Rightarrow b=2 & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

$$a+b+c = 2+2+2=6$$

گزینه ۱۰ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m^2 + 4m < 0 \Rightarrow 4m(m+1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 0 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < m < 0 \\ m < 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -1 < m < 0$$

$$y = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-4m^2 + 4m(-1)}{4m} < -\frac{1}{2}, m < 0$$

$$-4m^2 - 4m > -2m \Rightarrow -4m^2 - 2m > 0 = 2m(2m+1) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$$

$$\begin{cases} -1 < m < 0 \\ -\frac{1}{2} < m < 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -\frac{1}{2} < m < 0$$

گزینه ۱۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به جدول تعیین علامت، اعداد ۲- و ۵ ریشه‌های عبارت می‌باشند، پس داریم:

$$\begin{cases} 5 \{ 4a - 2b + 30 = 0 \\ 2 \{ 25a + 5b + 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20a - 10b + 150 = 0 \\ 50a + 10b + 60 = 0 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \\ 70a + 210 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$4(-3) - 2b + 30 = 0 \Rightarrow 2b = 18 \Rightarrow b = 9$$

$$ax + b > 0 \Rightarrow -3x + 9 > 0 \Rightarrow -3x > -9 \Rightarrow x < 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\begin{aligned} & 0 < \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} < 2 \rightarrow -1 < \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} - 1 < 1 \\ \Rightarrow & -1 < \frac{\sqrt{x-1} - x - 1}{x+1} < 1 \Rightarrow -1 < \frac{x-2}{x+1} < 1 \\ \left| \frac{x-2}{x+1} \right| & < 1 \Rightarrow |x-2| < |x+1| \Rightarrow (x-2)^2 < (x+1)^2 \\ \Rightarrow & (x^2 - 4x + 4) < (x^2 + 2x + 1) \Rightarrow 3 < 6x \Rightarrow \frac{1}{2} < x \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

گزینه ۱:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-25 + 8}{8} \neq 4$$

گزینه ۲:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-4 + 20}{4} = 4$$

گزینه ۳:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-1 + 40}{8} \neq 4$$

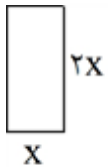
گزینه ۴:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-25 + 8}{4} \neq 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴



$$S_1 = \frac{3x \times 4}{2} = 6x$$



$$S_2 = 2x^2$$

$$S = 2x^2 + 6x = 8 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 1, x = -4$$

اما طول ضلع نمی‌تواند منفی باشد، پس فقط $x = 1$ قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

برای اینکه معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد باید:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1)(m+5) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 16m + 20 < 0$$

$$\Rightarrow -16m < -20 \Rightarrow m > \frac{-20}{-16} \Rightarrow m > \frac{5}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

عرض مستطیل $x =$ و طول مستطیل $y =$

$$\Rightarrow y = 2x + 3 \quad s = xy \Rightarrow x(2x + 3) = 65$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 65 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 65 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 520}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 5 \\ -\frac{13}{2} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{محیط} = 2(x + y) = 2(x + 2x + 3) = 6x + 6 = 6(5) + 6 = 36$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$(x)^2 + (x + 2)^2 = 1060 \Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 1060$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 1056 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 528 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 22)(x + 24) = 0 \Rightarrow x = 22$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حالت کلی معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است اگر $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد. بنابراین داریم: ۱۸

$$\Delta = (a - 1)^2 - 4(a - 1)(1) = (a - 1)(a - 1 - 4) < 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 5) < 0 \Rightarrow 1 < a < 5$$

$$a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow a \in (1, 5) \cap (1, \infty) = (1, 5)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\left| 2x - \frac{x+a}{3} \right| < x \Rightarrow \left| \frac{5x-a}{3} \right| < x \Rightarrow |5x-a| < 3x \Rightarrow -3x < 5x-a < 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x < 5x - a \Rightarrow 8x > a \Rightarrow x > \frac{a}{8} \\ 5x - a < 3x \Rightarrow 2x < a \Rightarrow x < \frac{a}{2} \end{cases} \xrightarrow{a > 0} \frac{a}{8} < x < \frac{a}{2} \quad (1)$$

$$\left| x - \frac{5}{4} \right| < b \xrightarrow{b > 0} -b < x - \frac{5}{4} < b \Rightarrow -b + \frac{5}{4} < x < b + \frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{1, 2} \begin{cases} \frac{a}{8} = -b + \frac{5}{4} \\ \frac{a}{2} = b + \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |