نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : دهم تجربی-ریاضی

نام درس: ریاضی فصل ۴(معادله ها و نامعادله ها)

۱) دامنه تابع همانی $f(x)$، همگی مقادیر صحیح x در نامعادله قدر مطلقی $|2x-5| \le 11$ هستند. مجموع تمام اعضای برد تابع $f(x)$ کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۲

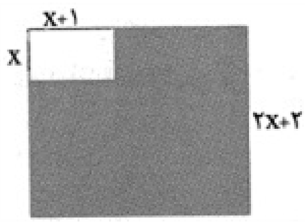
-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۲) معادله‌ی $2x^2 - x + a - 1 = 0$ حداقل یک ریشه و معادله‌ی $ax^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ حداکثر یک ریشه دارد. با فرض آنکه b حداکثر و c حداقل مقدار a باشد، حاصل‌ضرب وارون ریشه‌های معادله‌ی $8cx^2 - 8bx + 1 = 0$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{9}$

-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۳) اگر مساحت قسمت خاکستری ۳۰ واحد باشد، مساحت قسمت سفید چقدر است؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۸ ۴) ۶

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۴) چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{|2x-5|}{x^2+x+4} \le \frac{3}{x^2+x+4}$ صدق می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بی‌شمار ۴) ۴

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۵) به ازای چند مقدار صحیح m، معادله $x^2 + (\sqrt{m}+3)x + (m+3) = 0$ دارای جواب حقیقی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) بی‌شمار

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۶) مجموع مربع دو عدد صحیح منفی متوالی ۶۱ است. مجموع مکعب این دو عدد کدام است؟

۱) ۹۱- ۲) ۵۴۱- ۳) ۳۲۳ ۴) ۵۴۱

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۷) مجموعه جواب‌های نامعادله $\cdot < \frac{۲|x| + ۲}{۳x - ۲}$ کدام است؟

۱) $\left(-\infty, \frac{۲}{۳}\right)$ ۲) $\left(-\infty, \frac{۲}{۳}\right]$ ۳) $(-\infty, -۱)$ ۴) $\left(\frac{۲}{۳}, +\infty\right)$

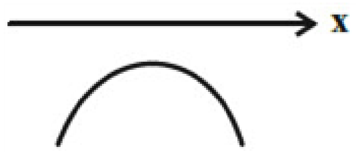
-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۸) مجموعه جواب نامعادله‌ی $۴ > \frac{x^۲ - x + ۱۰}{x^۲ + x + ۳}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای۱۴۰۱_۱۴۰۲

۹) اگر نمودار سهمی به معادلهٔ $y = (a - ۲)x^۲ + \sqrt{۳}x - ۱$ مطابق شکل مقابل باشد، حدود a کدام است؟



۱) $\left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right)$ ۲) $(-\infty, ۲)$ ۳) $\left(\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۴}\right)$ ۴) $\left(-\infty, \frac{۵}{۴}\right)$

سوالات گردآوری شده--سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۰) به ازای چند مقدار صحیح m نمودار سهمی $y = (m - ۱)x^۲ - x + (۳ - m)$ از ناحیهٔ سوم مختصات نمی‌گذرد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

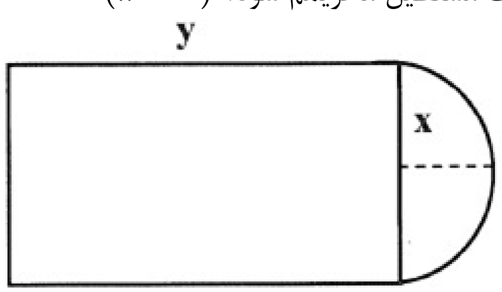
سوالات گردآوری شده--سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۱۱) اگر $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های تابع درجه دوم $f(x) = ۳x^۲ - mx - ۱$ باشد، به‌ازای چند مقدار صحیح m رابطه‌ی $x_۱ < ۱ < x_۲ < ۲$ برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۲) محیط باغچه‌ای به شکل مقابل ۱۶۰۰ است. طول مستطیل کدام باشد تا مساحت مستطیل ماکزیمم شود؟ $(\pi = ۳)$



۱) ۸۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۴۰۰

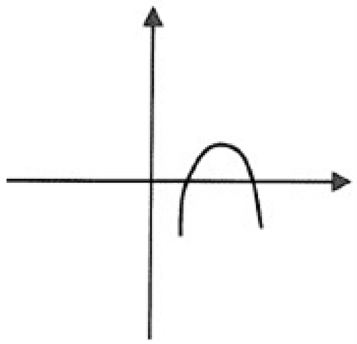
-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۳ مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{x-۲}{x+۲} < ۲x$ کدام است؟

۱) $(-۲, +۸)$ ۲) $(-۲, +\infty)$ ۳) $(-\infty, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -۲)$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۴ معادلهٔ سهمی رو به پایین $y = mx^۲ + ۴x - ۳ = ۰$ متناظر با شکل مقابل را درنظر بگیرید. چند عدد صحیح می‌تواند در این معادله صدق کند؟



۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) صفر

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۵ مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{|۳x+۱|-۴}{|۳x+۴|} \geq ۰$ کدام مجموعه است؟

۱) $(-۷, ۳)$ ۲) $\left(-\frac{۷}{۳}, ۳\right)$ ۳) $R - \left(-\frac{۵}{۳}, ۱\right)$ ۴) $R - (-۵, ۱)$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۶ اگر $-۳ < x < -۲$ باشد، بازنویسی تابع $f(x) = |x-۱| + |۲x-۱| - |۳-x| - |۲-۳x|$ با استفاده از خواص قدر مطلق، کدام است؟

۱) $۷x - ۷$ ۲) $۴x + ۳$ ۳) $۲x - ۴$ ۴) $x - ۳$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۷ مجموعه جواب نامعادلهٔ $|۳x+۱| < ۵$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) بی‌نهایت

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۸ معادلهٔ خط تقارن سهمی $y = -۳x^۲ + ۶x - ۵$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) -۲

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۹ مثلثی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $-x^۲ + ۲x + c = ۰$ روی محورهای مختصات باشد را درنظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر $c^۲$ باشد، مقدار c کدام است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۲۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۰ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x+۱}{x^۲+۲x+۱۰} > a$ به صورت $R-\{b\}$ است. حاصل ab کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $-\frac{۲}{۳}$

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای۱۴۰۱_۱۴۰۲

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\Rightarrow |5-2x| \le 11 \Rightarrow -11 \le 5-2x \le 11 \Rightarrow -16 \le -2x \le 6$

مجموع اعضای برد $= (-3)+(-2)+\cdots+7+8=30$

۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$2x^2 - x + a - 1 = 0 \xrightarrow{\text{شرط حداقل یک ریشه:}\ \Delta \ge 0} (-1)^2 - 4(2)(a-1) \ge 0 \Rightarrow a \le \frac{9}{8} \quad (1)$

$ax^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\text{شرط حداقل یک ریشه:}\ \Delta \le 0} (1)^2 - 4(a)\left(\frac{1}{4}\right) \le 0 \Rightarrow a \ge 1 \quad (2)$

$(1), (2) \Rightarrow 1 \le a \le \frac{9}{8}$

$c = 1$ (حداقل a)

$b = \frac{9}{8}$ (حداکثر a)

$\Rightarrow 8x^2 - 9x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب} = 0} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$

حاصل‌ضرب وارون ریشه‌ها $= 1 \times 8 = 8$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، مساحت قسمت خاکستری برابر با تفاضل مساحت کل شکل از مساحت قسمت سفید است. بنابراین:

$(2x+2)^2 - x(x+1) = 30 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 4 - x^2 - x = 30$

$\Rightarrow 3x^2 + 7x - 26 = 0 \Rightarrow \Delta = (7)^2 + 4(26)(3) = 49 + 312 = 361 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm 19}{6}$

$\xrightarrow{x>0} x = 2$

بنابراین مساحت قسمت سفید $6 = 3 \times 2$ است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون در عبارت $x^{2x} + 4$، $a > 0$ و $\Delta < 0$ است، بنابراین معادله ریشه حقیقی ندارد و به‌ازای هر مقدار x، حاصل مثبت است. بدین ترتیب مخرج را می‌توان از طرفین حذف کرد و در این صورت داریم:

$|2x - 5| \le 3 \Rightarrow -3 \le 2x - 5 \le 3 \xrightarrow{+5} 2 \le 2x \le 8 \xrightarrow{\div 2} 1 \le x \le 4$

این بازه شامل اعداد صحیح $1, 2, 3, 4$ است. بنابراین ۴ عدد صحیح در معادله صدق می‌کند.

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم معادله درجه ۲ به ازای $\Delta \ge 0$ جواب حقیقی دارد. بنابراین:

$\Delta = m + 3 - 4(m+3) \ge 0 \Rightarrow -3m \ge 9 \Rightarrow m \le -3$

از طرفی عبارت زیر رادیکال همواره ناصفر است. بنابراین:

$m + 3 \ge 0 \Rightarrow m \ge -3$

که اشتراک این دو بازه دقیقاً $m = -3$ است. بنابراین تنها یک عدد صحیح در معادله صدق می‌کند.

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر دو عدد را با x و $x+۱$ نشان می‌دهیم، داریم:

$$x^{۲}+(x+۱)^{۲}=۶۱\Rightarrow x^{۲}+x^{۲}+۲x+۱=۶۱\Rightarrow ۲x^{۲}+۲x-۶۰=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^{۲}+x-۳۰=۰\Rightarrow (x+۶)(x-۵)=۰\Rightarrow x=-۶, x=۵$$

$$(-۶)^{۳}+(+۵)^{۳}=-۲۱۶+۱۲۵=-۹۱$$

۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $۲+|x|$ به ازای هر مقدار x مثبت است، کافی است مخرج را تعیین علامت کنیم:

$$۳x-۲<۰\Rightarrow ۳x<۲\Rightarrow x<\frac{۲}{۳}$$

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

عبارت مخرج همواره مثبت است پس می‌توان طرفین نامعادله را در عبارت $(x^{۲}+x+۳)$ ضرب کرد.

$$\frac{x^{۲}-x+۱۰}{x^{۲}+x+۳}>۴$$

$$x^{۲}-x+۱۰>۴x^{۲}+۴x+۱۲\Rightarrow ۳x^{۲}+۵x+۲<۰$$

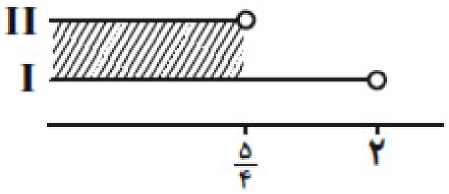
$$۳x^{۲}+۵x+۲=۰\Rightarrow \frac{-۵\pm\sqrt{۲۵-۲۴}}{۶}=\frac{-۵\pm۱}{۶}\Rightarrow x=-۱, x=-\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱<x<-\frac{۲}{۳}$$

۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به سهمی، در می‌یابیم که $\Delta<۰$ و $a-۲<۰$ است؛ چون سهمی ریشه ندارد و زیر محور x ها قرار گرفته است. بنابراین:

$$(I)\, a-۲<۰\Rightarrow a<۲$$

$$(\mathrm{II})\, \Delta<۰\Rightarrow (\sqrt{۳})^{۲}-۴(-۱)(a-۲)<۰\Rightarrow ۳+۴a-۸<۰\Rightarrow ۴a<۵\Rightarrow a<\frac{۵}{۴}$$

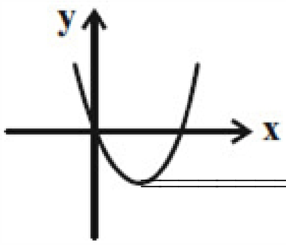


$$I\cap \mathrm{II}=\left(-\infty, \frac{۵}{۴}\right)$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شرط لازم آن است که ۱ دهانه سهمی رو به بالا باشد $(m-۱>۰)$ و ۲ عرض از مبدأ نامنفی $(۳-m\geq ۰)$.

$$m-۱>۰\Rightarrow m>۱$$

$$۳-m\geq ۰\Rightarrow m\leq ۳\Rightarrow ۱<m\leq ۳\xrightarrow{m\in Z} m=۲ \text{ یا } m=۳ \text{(دو مقدار)}$$



$m=۲\Rightarrow y=x^{۲}-x+۱\Rightarrow \Delta<۰\Rightarrow$ این سهمی از ناحیه عبور نمی کند۳

$m=۳\Rightarrow y=۲x^{۲}-x\Rightarrow$ ریشه نامنفی دارد۲

$\Rightarrow$ سهمی از ناحیه نمی گذرد۳

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول تعیین علامت تابع درجه دوم باید $f(۱) < ۰$ و $f(۲) > ۰$ باشد:

x		x_1	$x=۱$	x_2	$x=۲$
$f(x)$	+	۰	−	۰	+
			↓ $f(۱)<۰$		↓ $f(۲)>۰$

$$\begin{cases} f(۱) = ۳(۱)^۲ - m(۱) - ۱ < ۰ \Rightarrow \\ f(۲) = ۳(۲)^۲ - m(۲) - ۱ > ۰ \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} m > ۲ \\ m < \frac{۱۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow ۲ < m < \frac{۱۱}{۲}$$

این بازه شامل ۳ عدد صحیح $m = ۳, ۴, ۵$ است.

۱۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، داریم:

$$P = ۲x + ۲y + \frac{۱}{۲}(۲\pi x) \xrightarrow{\pi=۳} ۲x + ۲y + \frac{۳}{۲} \times ۲x = ۱۶۰۰ \Rightarrow ۵x + ۲y = ۱۶۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۲}x + y = ۸۰۰$$

$$y = ۸۰۰ - \frac{۵}{۲}x$$

$$S = ۲xy = ۲x\left(۸۰۰ - \frac{۵}{۲}x\right) = -۵x^۲ + ۱۶۰۰x$$

بنابراین بیشترین مقدار در $x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۱۶۰۰}{۲(-۵)} = ۱۶۰$ رخ می‌دهد. بنابراین:

$$y = ۸۰۰ - \frac{۵}{۲}(۱۶۰) = ۸۰۰ - ۴۰۰ = ۴۰۰$$

۱۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{x-۲}{x+۲} - ۲x < ۰ \Rightarrow \frac{x - ۲ - ۲x^۲ - ۴x}{x+۲} < ۰ \Rightarrow \frac{-۲x^۲ - ۳x - ۲}{x+۲} < ۰$$

بنابراین یا $-۲x^۲ - ۳x - ۲ < ۰$ یا $x + ۲ < ۰$. برای عبارت اول: $\Delta = ۹ - ۱۶ < ۰$

ضریب $x^۲$ منفی و همچنین دلتا کوچک‌تر از صفر است، بنابراین، این معادله همواره منفی است. برای معادلهٔ دوم داریم: $x + ۲ > ۰ \Rightarrow x > -۲$

بنابراین معادله به ازای $x \in (-۲, +\infty)$ منفی است.

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل سهمی، سهمی فوق دو ریشه حقیقی دارد، بنابراین $\Delta > ۰$ است.

بنابراین: $۱۶ + ۱۲m > ۰ \Rightarrow ۱۲m > -۱۶ \Rightarrow m > -\frac{۴}{۳}$

همچنین محور تقارن نیز مثبت است، بنابراین: $x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{+۴}{۲m} > ۰ \Rightarrow -\frac{۲}{m} > ۰ \Rightarrow m < ۰$

با دو رابطه به دست آمده $-\frac{۴}{۳} < m < ۰$ است و در نتیجه تنها عدد صحیح $m = -۱$ است.

۱۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون مخرج کسر همواره مثبت یا صفر است، لازم است صورت کسر مثبت یا صفر باشد. بنابراین:

$$|۳x+۱|-۴\geq ۰ \Rightarrow |۳x+۱|\geq ۴ \Rightarrow \begin{cases} ۳x+۱\geq ۴ \xrightarrow{-۱} ۳x\geq ۳ \Rightarrow x\geq ۱ \\ ۳x+۱\leq -۴ \xrightarrow{-۱} ۳x\leq -۵ \Rightarrow x\leq -\frac{۵}{۳} \end{cases}$$

بنابراین بازه جواب به صورت $R-\left(-\frac{۵}{۳},۱\right)$ است.

۱۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-۳<x<-۲ \xrightarrow{-۱} -۴<x-۱<-۳ \Rightarrow |x-۱|=-x+۱$$

$$-۳<x<-۲ \xrightarrow{\times ۲} -۶<۲x<-۴ \xrightarrow{-۱} -۷<۲x-۱<-۵ \Rightarrow |۲x-۱|=-۲x+۱$$

$$-۳<x<-۲ \xrightarrow{\times -۱} ۲<-x<۳ \xrightarrow{+۳} ۵<۳-x<۶ \Rightarrow |۳-x|=۳-x$$

$$-۳<x<-۲ \xrightarrow{\times -۱} ۲<-x<۳ \xrightarrow{\times ۳} ۶<-۳x<۹ \xrightarrow{+۲} ۸<۲-۳x<۱۱ \Rightarrow |۲-۳x|=۲-۳x$$

$$\Rightarrow |x-۱|+|۲x-۱|-|۳-x|-|۲-۳x|=-x+۱-۲x+۱-(۳-x)-(۲-۳x)=x-۳$$

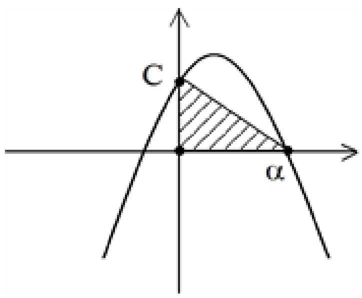
۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به خواص قدرمطلق داریم:

$$|۳x+۱|<۵ \Rightarrow -۵<۳x+۱<۵ \xrightarrow{-۱} -۶<۳x<۴ \xrightarrow{\div ۳} -۲<x<\frac{۴}{۳}$$

بنابراین تنها اعداد صحیحی که در رابطهٔ فوق صدق می‌کنند عبارتند از: $\{-۱,۰,۱\}$. بنابراین تنها ۳ عدد صحیح در معادله صدق می‌کند.

۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادلهٔ محور تقارن سهمی $x=-\frac{b}{۲a}$ است. بنابراین $x=-\frac{۶}{-۶}=۱$ است.

۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{\alpha\times C}{۲}=C^۲ \Rightarrow \alpha=۲C$$

$$-(۲C)^۲+۲(۲C)+C=۰ \Rightarrow -۴C^۲+۵C=۰ \Rightarrow ۴C^۲=۵C$$

$$۴C=۵ \Rightarrow C=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$$

۲۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مخرج کسر همواره مثبت است.

$a(x^۲ + ۲x + ۱۰) < x + ۱$

$ax^۲ + (۲a - ۱)x + ۱۰a - ۱ < ۰$

اگر جواب نامعادله به صورت $R - \{b\}$ باشد، باید $a < ۰$ و عبارت درجه ۲ به صورت $a(x-b)^۲$ باشد، پس $\Delta = ۰$ است.

$\Delta = (۲a -)^۲ - ۴a(۱۰a - ۱)$

$= ۴a^۲ - ۴a + ۱ - ۴۰a^۲ + ۴a = -۳۶a^۲ + ۱ = ۰ \xrightarrow{a<۰} a = -\frac{۱}{۶}$

$\Rightarrow \frac{-۱}{۶}x^۲ - \frac{۸}{۶}x - \frac{۱۶}{۶} < ۰ \Rightarrow x^۲ + ۸x + ۱۶ > ۰$

$\Rightarrow (x + ۴)^۲ > ۰ \Rightarrow b = -۴ \Rightarrow ab = \frac{۲}{۳}$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	**۱**	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	**۴**
۴	۱	۲	۳	**۴**
۵	**۱**	۲	۳	۴
۶	**۱**	۲	۳	۴
۷	**۱**	۲	۳	۴
۸	**۱**	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	**۴**
۱۰	۱	۲	**۳**	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۱۲	۱	۲	۳	**۴**
۱۳	۱	**۲**	۳	۴
۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۹	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	۱	۲	**۳**	۴