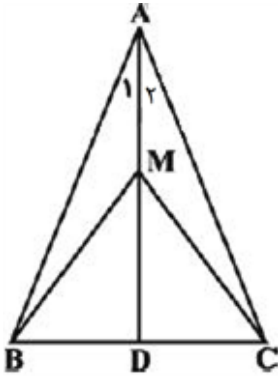


۱ در مثلث ABC که در آن $AB = AC$ است، نیمساز زاویه A را رسم و B و C را به نقطه M روی نیمساز وصل می‌کنیم. چندتا از موارد زیر صحیح است؟



۲ فقط یکی همواره درست است.

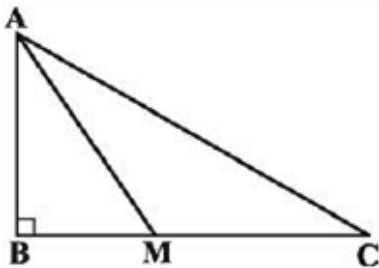
۱ هیچ‌کدام لزوماً درست نیست.

۴ هر سه مورد همواره صحیح است.

۳ دوتا همواره درست است.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲ اگر دو مثلث ABC و ABM در شکل زیر متشابه و $CM = ۶$ cm و $BM = ۲$ cm باشد، اندازه ضلع AC چند سانتی‌متر خواهد بود؟



۴ ۸

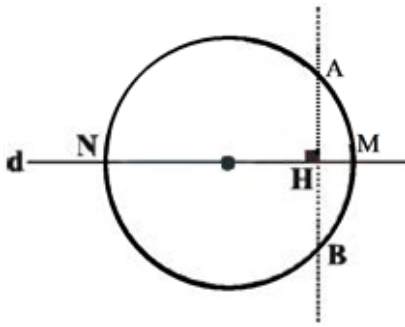
۳ ۱۰

۲ $۴\sqrt{۵}$

۱ $\sqrt{۷۸}$

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

با توجه به شکل، حکم عبارت «ثابت کنید خطی که از مرکز دایره بر وتری از دایره عمود می‌شود آن وتر و کمان متناظر با وتر را نصف می‌کند.» کدام است؟



$$AB \perp HM \quad \text{۲}$$

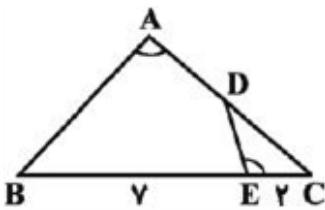
$$OH = AH = BH \quad \text{۱}$$

$$\left. \begin{array}{l} ON = OM \\ \widehat{AN} = \widehat{BN} \end{array} \right\} \quad \text{۴}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AM} = \widehat{MB} \\ AH = HB \end{array} \right\} \quad \text{۳}$$

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

در شکل مقابل نقطه D وسط AC و $\widehat{DEC} = \widehat{CAB}$ است. بر اساس اعداد شکل، طول DC چند واحد است؟



$$۶ \quad \text{۴}$$

$$۲/۵ \quad \text{۳}$$

$$۳ \quad \text{۲}$$

$$۲ \quad \text{۱}$$

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

کدام گزینه صحیح است؟

۱ در مثلث دلخواه ABC که AD نیمساز وارد بر ضلع BC آن است، این نیمساز، میانه نیز هست.

۲ در مثلث دلخواه ABC که AD نیمساز وارد بر ضلع BC آن است، این نیمساز، ارتفاع نیز هست.

۳ در مثلث متساوی الساقین ABC که AD نیمساز وارد بر قاعده آن است، این نیمساز، ارتفاع نیز هست.

۴ اگر AD نیمساز وارد بر قاعده BC از مثلث ABC میانه آن نیز باشد، آن مثلث متساوی الاضلاع است.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱ هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع هم‌نهشتند.
۲ هر دو مثلث قائم‌الزاویه با وتر برابر هم‌نهشتند.
۳ هر دو مثلث متساوی‌الساقین با ساق برابر هم‌نهشتند.
۴ هر دو لوزی با یک زاویه برابر متشابهند.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷ مثلثی به اضلاع ۴، ۵ و ۷ با مثلث دیگری به اضلاع $(x + 3)$ و $(x - 1)$ و $(y + 7)$ متشابه است. حاصل $x + y$ کدام ممکن است باشد؟ (X و Y عددهایی طبیعی هستند.)

- ۱ ۱۲ ۲ ۱۵ ۳ ۴۲ ۴ ۳۶

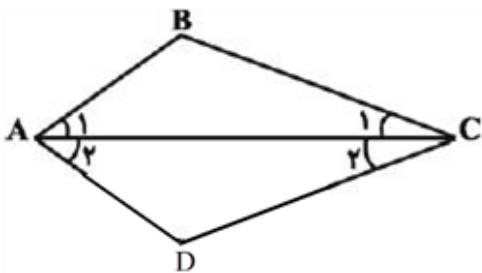
سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸ در کدام حالت ممکن است چندضلعی محدب نیباشد؟

- ۱ در حالتی که هر زاویه داخلی چندضلعی کم‌تر از زاویه نیم‌صفحه (صدوهشتاد درجه) باشد.
۲ در حالتی که هر دو نقطه دل‌خواه روی محیط چندضلعی را که به هم وصل کنیم، تمام نقاط این پاره‌خط داخل یا روی آن چندضلعی باشد.
۳ در حالتی که شکل ما محور تقارن داشته باشد.
۴ در حالتی که هر ضلع چندضلعی را که از دو طرف امتداد دهیم، کل چندضلعی در یک طرف آن ضلع امتداد یافته قرار گیرد.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹ دو مثلث ABC و ADC در شکل زیر در چه صورتی به حالت دو زاویه و ضلع بین (ض‌ز) هم‌نهشت‌اند؟



- ۱ کافی است $\widehat{B} = \widehat{D}$ باشد.
۲ کافی است $\widehat{A} = \widehat{C}$ باشد.
۳ کافی است $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ باشد.
۴ کافی است AC نیم‌ساز زاویه‌های A و C باشد.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

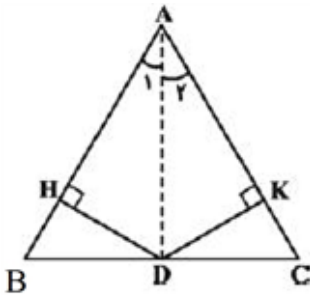
کدام گزینه نادرست است؟

۱۰

- ۱) قطره‌های مستطیل با هم برابرند.
۲) در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن برابر است.
۳) وقتی در یک مثلث دو زاویه نابرابرند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.
۴) در هر لوزی هر چهار زاویه با هم برابرند.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۱) در شکل مقابل AD نیم‌ساز زاویه A و $AB > AC$ است. کدام گزینه همواره صحیح است؟



- $DH = DK$ (۴) $DH > DK$ (۳) $DK > DC$ (۲) $AD < AK$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۲) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، $\frac{۴۹}{۳۶}$ است. نسبت ارتفاع‌های این دو مثلث کدام است؟

- $\frac{۳۶}{۴۹}$ (۴) $\frac{۷}{۸}$ (۳) $\frac{۶}{۷}$ (۲) $\frac{۴۹}{۳۶}$ (۱)

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳) بر روی محیط یک دایره، ۶ نقطه را به نحوی انتخاب می‌کنیم که فاصله هر دو نقطه متوالی آن ثابت و یکسان باشد. از اتصال سه نقطه انتخابی از این نقاط به یکدیگر، چندتا از مثلث‌های زیر را می‌توان رسم کرد؟
الف- متساوی الاضلاع ب- متساوی الساقین غیرمتساوی الاضلاع ج- قائم الزاویه

- ۱) هیچ‌کدام را نمی‌توان رسم کرد.
۲) فقط یکی را می‌توان رسم کرد.
۳) دقیقاً دو تا را می‌توان رسم کرد.
۴) هر سه مثلث قابل رسم است.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۴ در چهارضلعی ABCD، اگر $AB = AD$ و $CB = CD$ باشد، روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و D به یک فاصله باشند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۵ ابعاد یک مکعب مستطیل به مساحت کل 792 cm^2 با اعداد ۱، ۲ و ۳ متناسب است. حجم آن کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۷ ۲ (۲) ۱۲۹۶ ۳ (۳) ۲۱۶ ۴ (۴) نمی‌توان گفت.

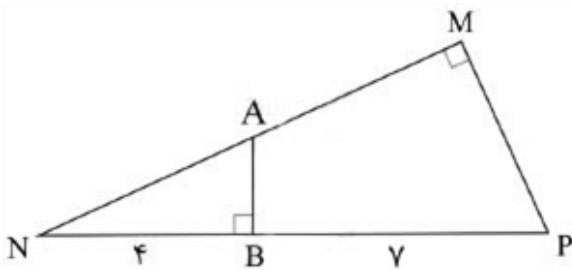
سوالات گردآوری شده - سری (۳) - سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۶ کدام گزینه را می‌توان با یک مثال، نقض کرد؟

- ۱ (۱) در هر مثلث حداقل یک ارتفاع درون مثلث رسم می‌شود.
 ۲ (۲) هر مثلث حداقل یک زاویه حاده (تند) دارد.
 ۳ (۳) عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث در یک نقطه هم‌دیگر را قطع می‌کنند.
 ۴ (۴) محل برخورد سه ارتفاع هر مثلث یا درون مثلث است یا بیرون مثلث.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۷ در شکل زیر، اگر A وسط MN باشد، اندازه‌ی MP کدام است؟



- ۱ (۱) $\sqrt{11}$ ۲ (۲) $\sqrt{14}$ ۳ (۳) $2\sqrt{22}$ ۴ (۴) $\sqrt{33}$

سوالات گردآوری شده - سری (۳) - سال تحصیلی ۹۵-۹۶

چه تعداد از استدلال‌های زیر صحیح هستند؟

- الف- چون وزن علی از حسین بیش‌تر و وزن علی از حسن نیز بیش‌تر است، پس وزن حسین از حسن بیش‌تر است.
 ب- اگر تمام قرص‌های مکمل باعث آسیب به معده شوند، قرص مکملی نیست که به معده آسیب نزند.
 ج- روز دوشنبه این هفته هوا بارانی بود، پس همهٔ روزهای دوشنبه در سال باران می‌بارد.
 د- تمام زوایای مثلث متساوی‌الاضلاع از 30° درجه بزرگ‌ترند، پس تمام زوایای همهٔ مثلث‌ها بزرگ‌تر از 30° درجه است.

۱) یکی ۲) دو تا ۳) سه تا ۴) چهارتا

سوالات گردآوری شده-سری (۴)-سال تحصیلی ۹۶-۹۷

دو مثلث متشابه و ناهم‌نهشت، به اضلاع $(4, 6, 8)$ و $(4, x, y)$ مفروض هستند. کم‌ترین محیط ممکن برای مثلث دوم کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۹

سوالات گردآوری شده-سری (۳)-سال تحصیلی ۹۵-۹۶

دو مثلث متشابه که اضلاع یکی دو برابر دیگری می‌باشد، مفروض است. محیط مثلث بزرگ‌تر چند برابر محیط مثلث کوچک‌تر است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۱۲

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-تجربی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر سه مورد صحیح و از نتایج استدلال زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ AM = AM \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACM} = \widehat{ABM} \\ BM = MC \\ \widehat{BMA} = \widehat{CMA} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به تشابه دو مثلث، نسبت تشابه را برای دو مثلث می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{8} = \frac{2}{AB} \Rightarrow (AB)^2 = 16 \Rightarrow AB = 4 \text{ cm}$$

با توجه به قائم‌الزاویه بودن مثلث ABC:

$$(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 16 + 64 \Rightarrow AC = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

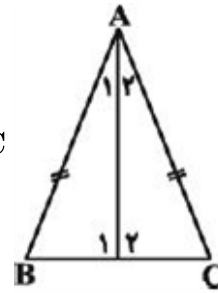
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. AB در شکل وتر دایره است و مشخص شده است که AB بر OM در نقطه H عمود است، بنابراین طبق عبارت داده شده باید ثابت کنیم $AH = HB$ و $\widehat{AM} = \widehat{MB}$ تا ثابت شود خط عمود بر وتر دایره که از مرکز دایره می‌گذرد، وتر و کمان متناظر آن را نصف می‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث با هم متشابهند هرگاه زاویه‌های دو مثلث نظیر به نظیر برابر و اضلاع متناظر متناسب باشند. اگر

دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث با هم متشابه‌اند. در این سؤال دو مثلث $\triangle DEC$ و $\triangle BAC$ متشابهند زیرا دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از مثلث دیگر برابر است. اضلاع متناظر دو مثلث با هم متناسبند، پس داریم:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC} \xrightarrow{AD=DC=x} \frac{x}{9} = \frac{DE}{2x} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{2}{2x} \Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow DC = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. علامت \cong را به نشانه هم‌نهشتی دو مثلث به کار می‌بریم. در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز AD را رسم می‌کنیم، داریم:

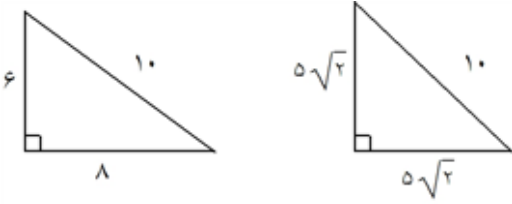


$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (نیمساز AD)} \\ AD = AD \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{زاویه بین برابر}]{\text{دو ضلع و}} \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow BD = DC$$

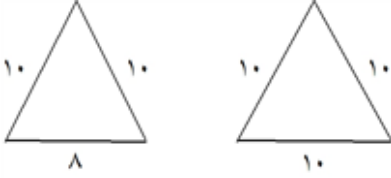
لذا نقطه D وسط ضلع BC قرار گرفته است و AD میانه است. هم‌چنین واضح است که $\widehat{ADB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ است. دقت کنید اگر مثلث متساوی الساقین نبود نمی‌توانستیم چنین استدلال کنیم. هم‌چنین درباره نسبت زاویه A با دو زاویه دیگر مثلث ABC چیزی نمی‌دانیم، پس نمی‌توانیم بگوییم مثلث متساوی‌الاضلاع است.

۶

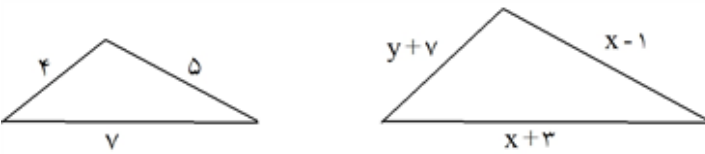
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر دو لوزی با یک زاویه برابر همواره متشابه‌اند. هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند اما لزوماً هم‌نهشت نیستند. دو مثلث قائم‌الزاویه نیز ممکن است وتر برابر داشته باشند اما اضلاع قائم یکسان نداشته و بنابراین هم‌نهشت نباشند مانند دو مثلث زیر:



دو مثلث متساوی‌الساقین با ساق برابر هم لزوماً هم‌نهشت نیستند مانند مثلث‌های زیر:



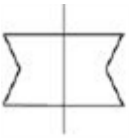
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حالتی که اضلاع دو شکل به صورت فرضی زیر باشد، خواهیم داشت:



$$\frac{5}{x-1} = \frac{7}{x+3} = \frac{4}{y+7} \Rightarrow 5(x+3) = 7(x-1) \Rightarrow 5x + 15 = 7x - 7 \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = 11$$

$$x = 11 \Rightarrow \frac{5}{11-1} = \frac{4}{y+7} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{y+7} \Rightarrow y+7 = 8 \Rightarrow y = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ممکن است شکل مقعر محور تقارن داشته باشد:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. علامت \cong را به نشانه هم‌نهشتی دو مثلث به کار می‌بریم. اگر AC نیمساز دو زاویه A و C باشد خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ AC = AC \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه و ضلع بین برابر}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر لوزی ضلع‌ها با هم و زاویه‌های روبه‌رو نیز با هم برابرند اما چهار زاویه لزوماً برابر نیستند، اگر باشند مربع حاصل می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داریم:

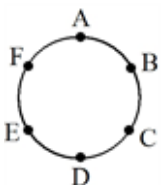
$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ \\ AD = AD \text{ وتر} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle AHD \cong \triangle AKD \Rightarrow DH = DK$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث نخست را با ارتفاع a و قاعده b در نظر می‌گیریم. اگر نسبت تشابه k باشد، ارتفاع مثلث دوم ka و قاعده این مثلث kb خواهد بود. نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با:

$$\frac{\frac{a \times b}{2}}{\frac{ka \times kb}{2}} = \frac{1}{k^2} = \frac{49}{36} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{7}{6} \Rightarrow k = \frac{6}{7}$$

پس ارتفاع مثلث دوم برابر $\frac{6}{7}a$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر کمان کوچک در شکل زیر $\frac{1}{6}$ کل دایره را تشکیل می‌دهد یعنی زاویه آن 60° درجه است. اگر نقاط A ، C و E را به هم وصل کنیم، هر زاویه مثلث، یک زاویه محاطی برای دایره به اندازه $60^\circ = \frac{120^\circ}{2}$ خواهد بود، پس هر سه زاویه برابر 60° درجه می‌شوند و مثلث متساوی‌الاضلاع خواهد بود.



اگر به‌طور مثال رئوس A ، C و F را به هم وصل کنیم، زاویه A سه کمان EF و DE و DC را در بر می‌گیرد یعنی برابر

$$\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \text{ است، پس این مثلث قائم‌الزاویه است.}$$

اگر سه رأس کنار هم را در نظر بگیریم، مثلاً A ، B و C را، چون دو زاویه‌ای که به کمان‌های کنار هم محاط می‌شوند دو $\frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ می‌شوند، با هم برابر و زاویه دیگر 120° درجه خواهد شد که با دو زاویه دیگر نابرابر است، پس مثلث متساوی‌الساقین خواهیم داشت.

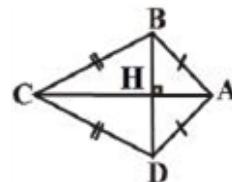
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قطر AC عمودمنصف قطر BD است، بنابراین بی‌شمار نقطه روی خط AC وجود دارند که از D و B به یک فاصله‌اند.

$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABC \cong \triangle ADC \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{DAC}$$

مشترک AC

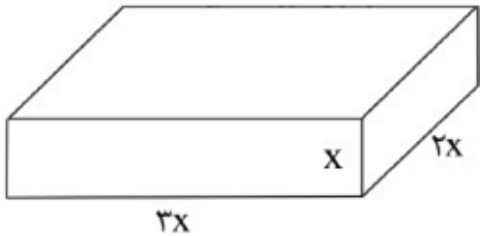
$$\begin{cases} AB = AD \\ AH \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABH \cong \triangle ADH$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{BAH} = \widehat{DAH} \\ BH = DH \\ \widehat{AHB} = \widehat{AHD} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow AC \text{ عمودمنصف } BD \text{ است.}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۵



$$\text{مساحت کل} = 2 \times (3x^2 + 2x^2 + 6x^2) = 2 \times 11x^2 = 22x^2$$

$$22x^2 = 792 \Rightarrow x^2 = \frac{792}{22} = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{حجم} = 3x \times 2x \times x = 18 \times 12 \times 6 = 1296$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه محل برخورد سه ارتفاع روی رأس زاویه قائمه مثلث است، نه بیرون مثلث است و نه درون مثلث. باقی عبارات همواره صحیح است.

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۷

$$\begin{cases} \widehat{M} = \widehat{B} = 90^\circ \\ \widehat{N} = \widehat{N} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle MNP \sim \triangle BNA \Rightarrow \underbrace{\frac{NB}{MN} = \frac{AN}{NP} = \frac{AB}{MP}}_{(ز ز)}$$

$$\frac{MN=2AN}{2AN} \cdot \frac{NB}{AN} = \frac{AN}{NP} \Rightarrow \frac{4}{2AN} = \frac{AN}{11} \Rightarrow 2AN^2 = 44$$

$$\Rightarrow AN^2 = 22 \Rightarrow AN = \sqrt{22} \Rightarrow MN = 2AN = 2\sqrt{22}$$

$$MP = \sqrt{NP^2 - MN^2} = \sqrt{11^2 - (2\sqrt{22})^2} = \sqrt{121 - 88} = \sqrt{33}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها یک گزاره از استدلال‌های صورت سؤال صحیح است و آن عبارت «ب» است. در سایر گزینه‌ها استدلال به نادرستی انجام شده است. در عبارت «الف» از ارتباط وزن حسن و حسین چیزی نمی‌دانیم. در عبارت «ج» و «د» نیز دقت کنید نمی‌توان از یک مثال خاص، یک قاعده کلی را نتیجه گرفت.

۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این دو مثلث، دو نوع نسبت تشابه امکان‌پذیر است:

۱۹

$$\text{حالت اول: } \frac{4}{6} = \frac{x}{4} = \frac{y}{8} \Rightarrow x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}, y = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

$$\text{محیط: } 4 + \frac{8}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12 + 8 + 16}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{حالت دوم: } \frac{4}{8} = \frac{x}{4} = \frac{y}{6} \Rightarrow x = \frac{4 \times 4}{8} = 2, y = \frac{6 \times 4}{8} = 3$$

$$\text{محیط: } 4 + 2 + 3 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر دو مثلث متشابه باشند و نسبت تشابه آن‌ها (که همان نسبت اضلاع متناظر آن‌ها، نسبت ارتفاع‌های متناظر آن‌ها و... است) را برابر k فرض کنیم، نسب محیط‌ها نیز برابر همان عدد k است.

۲۰

باتوجه به این توضیح چون در این دو مثلث متشابه، اضلاع یکی دو برابر دیگری است، نتیجه می‌گیریم نسبت تشابه مثلث بزرگ‌تر به مثلث کوچکتر برابر $k=2$ است. بنابراین محیط مثلث بزرگ‌تر نیز ۲ برابر محیط مثلث کوچکتر می‌باشد.

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴