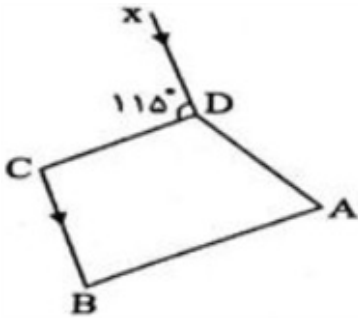


۱) در شکل زیر چهارضلعی ABCD، دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است و  $CD \parallel xD$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی A چند درجه است؟



۱۱۵° (۴)

۶۰° (۳)

۷۵° (۲)

۶۵° (۱)

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-البرز و قزوین

۲) در چهارضلعی ABCD سه ضلع AB، BC و CD برابرند. اگر  $\widehat{ABC} = 70^\circ$  و  $\widehat{BCD} = 170^\circ$ ، آن‌گاه زاویه  $\widehat{BAD}$  چند درجه است؟

۸۵ (۴)

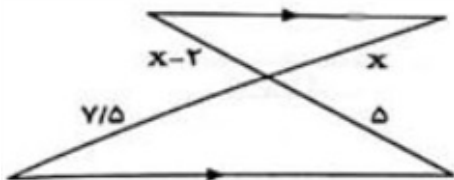
۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۶۵ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمون پیشرفت تحصیلی مدارس سمپاد سراسر کشور-سال تحصیلی ۹۹-۹۸

۳) در شکل مقابل، دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت مثلث کوچک به مساحت مثلث بزرگ چند است؟



$\frac{1}{5}$  (۴)

$\frac{1}{25}$  (۳)

$\frac{16}{25}$  (۲)

$\frac{25}{16}$  (۱)

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-البرز و قزوین

۴ کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- ۱ هر دو مثلث که مساحت‌های برابر دارند، هم‌نهشت هستند.
- ۲ ارتفاع‌های هر مثلث همواره داخل مثلث هستند.
- ۳ محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث همیشه داخل مثلث است.
- ۴ در یک مثلث با دو زاویه نابرابر، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

سوالات گردآوری شده-آزمونهای نشان برتر-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۵ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ هر سه نیمساز زوایای داخلی یک مثلث حتماً در یک نقطه یک‌دیگر را قطع می‌کنند.
- ۲ در هر مثلث مجموع زوایای خارجی  $360^\circ$  درجه می‌باشد.
- ۳ هر سه ارتفاع یک مثلث داخل آن قرار می‌گیرد.
- ۴ مثلثی که اندازه‌ی اضلاع آن ۳، ۴ و ۵ باشد، قائم‌الزاویه است.

سوالات گردآوری شده-سری (۳)-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۶ کدام گزینه درست است؟

- ۱ همه مثلث‌های متساوی‌الساقین با یک زاویه برابر و یک ضلع برابر هم‌نهشت‌اند.
- ۲ همه مثلث‌های متساوی‌الاضلاع با یک ضلع برابر هم‌نهشت‌اند.
- ۳ همه مثلث‌های قائم‌الزاویه با یک ضلع برابر و یک زاویه تند برابر هم‌نهشت‌اند.
- ۴ همه مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با یک ضلع برابر هم‌نهشت‌اند.

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-ایلام، مرکزی، همدان و لرستان

۷ «لوزی‌ها، دارای اضلاع برابر هستند. برخی از متوازی‌الاضلاع‌ها، لوزی هستند. بنابراین برخی از متوازی‌الاضلاع‌ها، ضلع‌های برابر دارند.» کدام یک از موارد زیر، از نظر نحوه استدلال، شبیه استدلال فوق است؟

- ۱ مستطیل‌ها، دارای زاویه‌های قائمه هستند. مستطیل‌ها، متوازی‌الاضلاع هستند. بنابراین بعضی از متوازی‌الاضلاع‌ها زاویه‌های قائمه دارند.
- ۲ فقط میزها از چوب ساخته شده‌اند. بعضی از وسایل منزل با چوب ساخته می‌شوند. بنابراین بعضی از وسایل منزل، میز هستند.
- ۳ فقط دانش‌آموزان قد بلند، مستعد بسکتبال هستند. بعضی از دانش‌آموزان، قد بلند هستند. بنابراین بعضی از دانش‌آموزان، مستعد بسکتبال هستند.
- ۴ فقط ماهی‌ها می‌توانند شنا کنند. بعضی خزندگان نمی‌توانند شنا کنند. بنابراین، بعضی ماهی‌ها، خزنده هستند.

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-چهارمحال و بختیاری

۸ کدام استدلال برای اثبات منصف بودن قطرهای یک مستطیل به ما کمک می‌کند؟

۴ (ض ض ض)

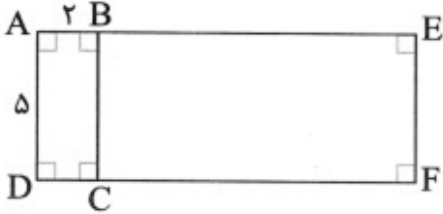
۳ (ز ض ز)

۲ (ض ض ض)

۱ وتر و یک ضلع

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-البرز و قزوین

۹ اگر دو مستطیل ABCD و AEFD متشابه باشند، اندازه‌ی ضلع AE برابر با کدام گزینه است؟



۴ ۱۲/۵

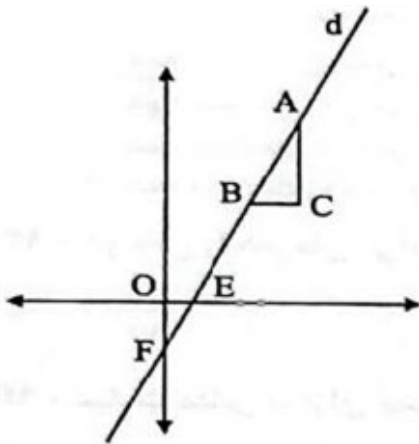
۳ ۸/۵

۲ ۲

۱ ۵

سوالات گردآوری شده-سری (۳)-سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۰ در شکل مقابل دو مثلث EOF و ABC متشابه‌اند و نسبت وترهای دو مثلث  $\frac{3}{4}$  است، اگر  $E = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\overline{AC}$  شیب خط d کدام است؟



۴ ۲

۳ ۳

۲ ۱

۱  $\frac{2}{3}$

ورودی نمونه دولتی استانها-۹۹-۰۰-ایلام، مرکزی، همدان و لرستان

۱۱ بین اشکال «مربع، مستطیل، لوزی و دوزنقه متساوی‌الساقین» در حالت کلی در چند شکل قطعاً قطرهای هم‌دیگر را نصف می‌کنند و بر هم عمودند؟

۴ هر چهارتا

۳ سه‌تا

۲ دو‌تا

۱ یکی

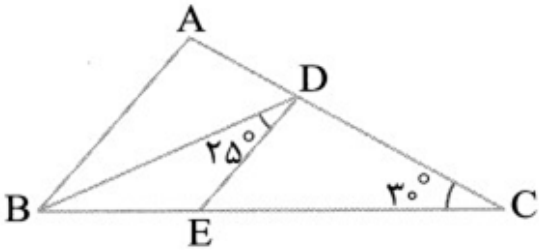
سوالات گردآوری شده-سری (۴)-سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۲ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ دوزنقه نوعی متوازی‌الاضلاع است.      ۲ لوزی نوعی مربع است.  
۳ در دوزنقه زاویه‌های مجاور هم مکمل هستند.      ۴ در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور هم مکمل هستند.

سوالات گردآوری شده - سری (۳) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳ در شکل زیر،  $BD$  نیمساز  $\widehat{B}$  و  $DE \parallel AB$  است. زاویه  $A$  چند درجه است؟



- ۱ ۱۰۰      ۲ ۹۰      ۳ ۸۰      ۴ ۸۵

سوالات گردآوری شده - سری (۳) - سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۴ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای را از رأس قائمه به اندازه‌ی خودشان امتداد می‌دهیم و دو انتها را به هم وصل می‌کنیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه جدید پدید آید. با کدام روش نمی‌توانیم اثبات کنیم مثلث جدید و مثلث اولیه با یکدیگر هم‌نهشت هستند؟

- ۱ سه ضلع      ۲ وتر و یک زاویه تند  
۳ وتر و یک ضلع      ۴ دو ضلع و زاویه بین

سوالات گردآوری شده - سری (۳) - سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۵ مثلثی به اضلاع  $\frac{4}{5}$ ، ۶ و ۹ با مثلث دیگری به اضلاع  $m$ ،  $n$  و ۱۲ متشابه است. اگر ضلع ۱۲ واحدی بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم باشد، محیط مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

- ۱  $19/5$       ۲ ۲۱      ۳ ۲۶      ۴ ۲۷

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۶ در چهارضلعی ABCD اگر  $AB = AD$  و  $CB = CD$ ، آن‌گاه روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و C به یک فاصله باشند؟

- ۱ ۱      ۲ ۲      ۳ ۴      ۴ بی‌شمار

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۷ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱ اگر خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، حتماً باید تمام ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد تا بتوان درستی نتیجه را به همه عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.
- ۲ اگر خاصیتی را برای یک عضو مجموعه ثابت کردیم، کافی است برخی ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد تا بتوان درستی نتیجه را به همه عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.
- ۳ اگر خاصیتی برای یک عضو از یک مجموعه ثابت نشد و برخی ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز بود می‌توان گفت این خاصیت در هیچ یک از اعضای آن مجموعه نبوده است.
- ۴ اگر خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم و همه ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد ممکن است درستی نتیجه برای برخی اعضا قابل تعمیم نباشد.

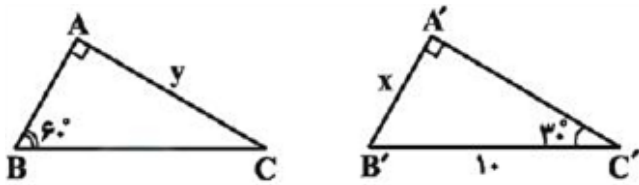
سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۸ دو لوزی متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها  $\frac{4}{5}$  است. اگر ضلع لوزی کوچک ۱۲ سانتی‌متر باشد، ضلع لوزی بزرگتر کدام است؟

- ۱ ۲۰      ۲ ۱۵      ۳  $\frac{7}{5}$       ۴  $\frac{9}{6}$

آزمون هماهنگ استانی پایه نهم - خرداد ۹۸ - سیستان و بلوچستان

۱۹ دو مثلث کاملاً فرضی روبه‌رو هم‌نهشتند و  $x = 5$  است.  $y$  کدام است؟



- ۱  $5\sqrt{2}$       ۲  $5\sqrt{3}$       ۳ ۸      ۴ ۶

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۰ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ در مثلث دلخواه ABC که AD نیم‌ساز وارد بر ضلع BC آن است، این نیم‌ساز، میانه نیز هست.
- ۲ در مثلث دلخواه ABC که AD نیم‌ساز وارد بر ضلع BC آن است، این نیم‌ساز، ارتفاع نیز هست.
- ۳ در مثلث متساوی‌الساقین ABC که AD نیم‌ساز وارد بر قاعده آن است، این نیم‌ساز، ارتفاع نیز هست.
- ۴ اگر AD نیم‌ساز وارد بر قاعده BC از مثلث ABC میانه آن نیز باشد، آن مثلث متساوی‌الاضلاع است.

سوالات گردآوری شده - سری (۴) - سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

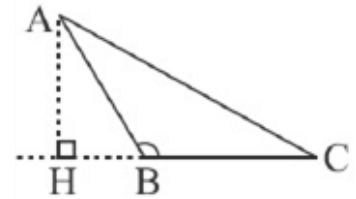
۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها:

(۱) دو مثلث در نظر بگیرید که ارتفاع و قاعده اولی به ترتیب ۲ و ۶ و ارتفاع و قاعده دومی به ترتیب ۶ و ۲ باشد. در این صورت دارای مساحت‌های یکسان هستند ولی هم‌نهشت نیستند.

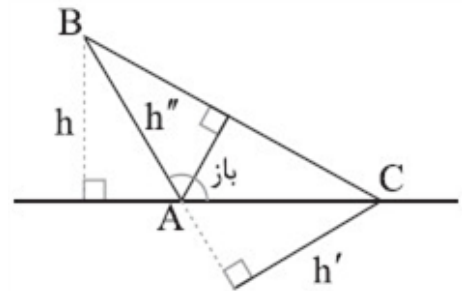
(۲) مثلث  $ABC$  دارای یک زاویه باز است و ارتفاع آن خارج قرار گرفته است. (مطابق شکل بالا)

(۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث‌های قائم‌الزاویه و منفرجه‌الزاویه به ترتیب وسط وتر و خارج مثلث است.



۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی داخلی مثلث از  $90^\circ$  درجه بیشتر باشد (زاویه‌ی باز)، دو تا از ارتفاع‌های مثلث بیرون آن قرار می‌گیرد.



۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اضلاع برابر  $\rightarrow$  برخی متوازی الاضلاع  $\Rightarrow$  لوزی  $\rightarrow$  برخی متوازی الاضلاع / اضلاع برابر  $\rightarrow$  لوزی

مستعد بسکتبال  $\rightarrow$  برخی دانش آموزان  $\Rightarrow$  قdblند  $\rightarrow$  برخی دانش آموزان / مستعد بسکتبال  $\rightarrow$  دانش آموز قdblند  
مشاهده می‌کنیم که این دو استدلال کاملاً مشابه هستند.

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو مستطیل متشابه هستند، نسبت تشابه طول و عرض مستطیل را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{طول مستطیل کوچک (AD)}}{\text{عرض مستطیل کوچک (AB)}} = \frac{\text{طول مستطیل بزرگ (AE)}}{\text{عرض مستطیل بزرگ (AD)}}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{5}{AE} \Rightarrow AE = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5$$

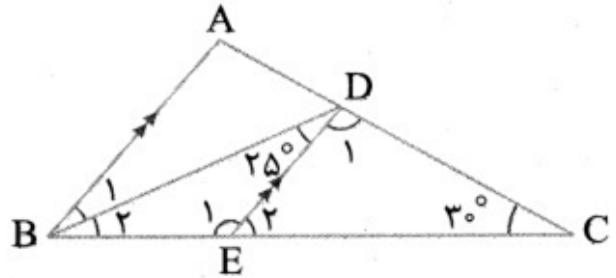
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مربع و لوزی قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند و هم بر یک‌دیگر عمودند. در مستطیل و به‌طور کلی‌تر در متوازی‌الاضلاع قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند اما لزوماً بر هم عمود نیستند. در دوزنقه متساوی‌الساقین نیز قطرها نه لزوماً هم‌دیگر را نصف می‌کنند و نه لزوماً بر هم عمودند. ۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها: ۱۲

(۱) دوزنقه یک چهارضلعی است که فقط ۲ ضلع موازی است، در حالی که در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو، دو به دو موازی هستند. (۲) مربع نوعی لوزی است و نه برعکس. (۳) در دوزنقه زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل هستند، ولی زاویه‌های مجاور به قاعده‌ها، مکمل نمی‌باشند. ۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



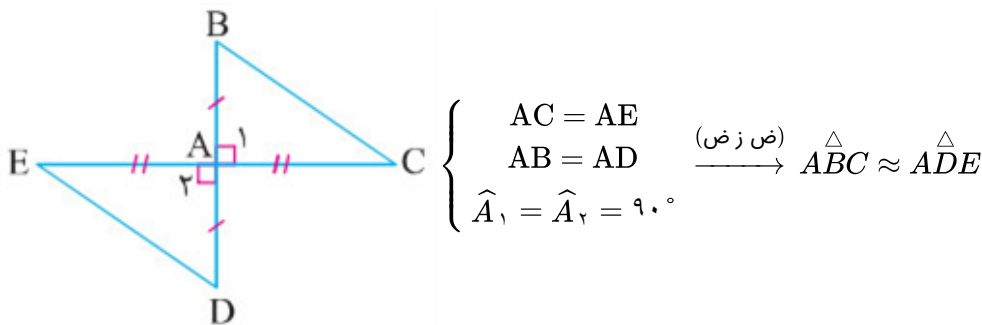
$$AB \parallel DE \text{ و } BD \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{B}_1 = 25^\circ$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \Rightarrow \widehat{B}_2 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{E}_2 = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$

$$\triangle DEC : \widehat{D}_1 = 180^\circ - (50^\circ + 30^\circ) = 100^\circ$$

$$AB \parallel DE \text{ و } AC \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{D}_1 = 100^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر دو مثلث به حالت (ض ض ض) با یک‌دیگر هم‌نهشت هستند. ۱۴



هم‌چنین با معلوم بودن اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه‌اندازه‌ی وترها هم مشخص می‌شوند، پس حالت‌های «ض ض ض» و «وتر و یک ضلع» هم می‌توانند پاسخ صحیح باشند.

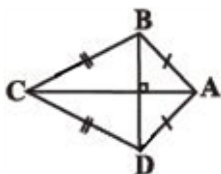
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مثلث متشابه‌اند، پس با توجه به تناسب اضلاع آن‌ها می‌توانیم بنویسیم: ۱۵

$$\frac{4/5}{n} = \frac{6}{m} = \frac{9}{12} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{4/5}{n} = \frac{9}{12} \Rightarrow n = 6 \\ \frac{6}{m} = \frac{9}{12} \Rightarrow m = 8 \end{array} \right.$$

$$6 + 8 + 12 = 26 \text{ محیط مثلث بزرگ‌تر}$$

دقت کنید چون محیط مثلث خواسته شده است، تفاوتی ندارد که m را طول ضلع کوچک‌تر بگیریم یا n را.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قطر AC عمود منصف قطر BD است، بنابراین بی‌شمار نقطه روی خط AC وجود دارند که از B و D به یک فاصله‌اند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. واضح است که اگر خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، حتماً باید تمام ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد تا بتوان درستی نتیجه را به همه عضوهای آن مجموعه تعمیم داد. دقت کنید این عبارت قطعی است یعنی عضوی از مجموعه فوق وجود نخواهد داشت که این استدلال درباره آن صادق نباشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه فیثاغورث در مثلث  $A'B'C'$  داریم:

$$(10)^2 = (5)^2 + (A'C')^2 \Rightarrow 100 - 25 = (A'C')^2 \Rightarrow 75 = (A'C')^2$$

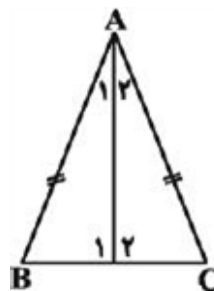
$$\Rightarrow A'C' = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

دو مثلث هم‌نهشت هستند پس:

$$y = A'C' = 5\sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. علامت  $\cong$  را به نشانه هم‌نهشتی دو مثلث به کار می‌بریم. در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز AD را رسم می‌کنیم، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (نیمساز AD)} \\ AD = AD \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{زاویه بین برابر}]{\text{دو ضلع و}} \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow BD = DC$$



لذا نقطه D وسط ضلع BC قرار گرفته است و AD میانه است. هم‌چنین واضح است که  $\widehat{ADB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$  است. دقت کنید اگر مثلث متساوی الساقین نبود نمی‌توانستیم چنین استدلال کنیم. هم‌چنین درباره نسبت زاویه A با دو زاویه دیگر مثلث ABC چیزی نمی‌دانیم، پس نمی‌توانیم بگوییم مثلث متساوی الاضلاع است.



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴