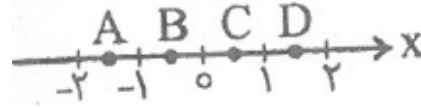


نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

۱ با توجه به نقاط مشخص شده بر روی محور زیر (محور x ها)، از راست به چپ، کدام نقطه در رابطه $\sqrt{-x} + x > 0$ و



$x - \sqrt{x} > 0$ صدق می کنند؟

- ۱) D و B ۲) C و A ۳) D و A ۴) C و B

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲ اگر $x^2 - 5x = 5\sqrt{2} - 5$ باشد، حاصل $\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ کدام است؟

- ۱) $5\sqrt{2}$ ۲) $7\sqrt{2}$ ۳) ۷ ۴) ۱۰

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۳ با فرض $A = \sqrt[4]{2\sqrt{3} + 3}$ و $B = \sqrt[4]{2\sqrt{3} - 3}$ حاصل عبارت $(A^2 - AB + B^2)(A^2 + AB + B^2)$ کدام است؟

- ۱) $3\sqrt{3}$ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) $5\sqrt{3}$ ۴) $6\sqrt{3}$

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۴ چند عدد صحیح وجود دارد که ریشه هفتم آن ها در بازه $(-2, 2)$ قرار می گیرد؟

- ۱) ۲۵۴ ۲) ۲۵۵ ۳) ۲۵۶ ۴) ۲۵۷

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵ اگر $x + \frac{1}{x} = 17$ باشد، حاصل $\frac{x^6 - 1}{x^4 - x^2}$ کدام است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۸۸ ۴) ۲۹۰

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۶ اگر $a^4 < \sqrt[3]{a}$ باشد، کدام گزینه بیشترین مقدار ممکن را نسبت به سایر گزینه ها دارد؟

- ۱) a^{-1} ۲) a^3 ۳) $\sqrt{a^2}$ ۴) \sqrt{a}

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۷ اگر $\sqrt{y} - \sqrt{x} = 28$ باشد، حاصل عبارت $\frac{56}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{112\sqrt{y}}{x - y}$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۱ (۳) -۲ (۲) ۲ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۸ اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-24} = 13$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-24}$ کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۹ اگر $\sqrt[3]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $A(\sqrt{3} + 1)$ کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۰ اگر $a < b < 0$ و $a, b \in \mathbb{R}$ ، کدام مورد نادرست است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- $a^{2n+1} > b^{2n+1}$ (۴) $\frac{-1}{a} < \frac{-1}{b}$ (۳) $a^{2n} > b^{2n}$ (۲) $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۱ اگر $x = \sqrt[3]{9} + 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 5}{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

- ۲ (۴) $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}$ (۳) $2\sqrt[3]{3}$ (۲) $\sqrt[3]{3}$ (۱)

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱۲ کدام عبارت در تجزیه‌ی عبارت $64x^6 - y^6$ وجود ندارد؟

- $4x^2 - 2xy + y^2$ (۲) $2x - y$ (۱)
 $4x^2 + 2xy + y^2$ (۴) $4x^2 + 4xy + y^2$ (۳)

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۳ اگر $\sqrt[3]{a+8} = 5$ باشد، حاصل $\sqrt{a-81}$ کدام است؟

- ۸ (۴) $3\sqrt[3]{6}$ (۳) ۶ (۲) $3\sqrt[3]{3}$ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۴ حاصل عبارت $(x+y)(x-y)(x^6 + x^2y^2 + y^4)$ به‌ازای $x = 2\sqrt[3]{5}$ و $y = \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

- ۳۹۱ (۴) ۱۵۹۱ (۳) ۷۹۱ (۲) ۱۹۱ (۱)

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۵ فرض کنید $۰ = ۱ + ۲a - ۸ab + ۴b^2 + ۵a^2$ ، حاصل $(a - b)^2$ چقدر است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

دوم-سال تحصیلی ۱۴۰۰_۱۴۰۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱

$$\begin{aligned} \sqrt{-x} + x > 0 &\Rightarrow x < 0 \text{ (یا } A) \Rightarrow \sqrt{-x} > -x \Rightarrow -x > x^2 \Rightarrow x^2 + x < 0 \\ &\Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow B \text{ جواب} \\ x - \sqrt{x} > 0 &\Rightarrow x > 0 \text{ (یا } C) \Rightarrow x > \sqrt{x} \Rightarrow x^2 > x \Rightarrow x^2 - x > 0 \\ &\Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 1 \Rightarrow D \text{ جواب} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-1)(x-4)(x-2)(x-3)} &= \sqrt{\underbrace{(x^2 - 5x + 4)}_{\text{فرض سوال}} \underbrace{(x^2 - 5x + 6)}_{\text{فرض سوال}}} \\ &= \sqrt{(5\sqrt{2} - 5 + 4)(5\sqrt{2} - 5 + 6)} = \sqrt{(5\sqrt{2} - 1)(5\sqrt{2} + 1)} \\ \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \sqrt{50 - 1} &= \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳

$$\begin{aligned} (A^x + B^x - AB)(A^x + B^x + AB) &= (A^x + B^x)^2 - A^x B^x \\ &= A^{2x} + B^{2x} + 2A^x B^x - A^x B^x = A^{2x} + B^{2x} + A^x B^x \\ &= (2\sqrt{3} + 3) + (2\sqrt{3} - 3) + \sqrt{2}\sqrt{3} + 3 \times \sqrt{2}\sqrt{3} - 3 = 4\sqrt{3} + \sqrt{12} - 9 \\ &= 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$\begin{aligned} -2 < \sqrt{x} < 2 &\Rightarrow (-2)^y < x < 2^y \\ \Rightarrow -128 < x < 128 &\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \underbrace{-127, -126, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 127}_{\text{۲۵۵ عدد صحیح}} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$\begin{aligned} \frac{x^6 - 1}{x^4 - x^2} &= \frac{\cancel{(x^2 - 1)}(x^4 + x^2 + 1)}{x^2 \cancel{(x^2 - 1)}} = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} \xrightarrow{\text{تفکیک}} x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \\ &\xrightarrow{\text{تبدیل به مربع کامل}} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \times \frac{1}{x} + 1 = 17^2 - 2 + 1 = 288 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $a^4 \geq 0$ بنابراین از فرض $\sqrt[5]{a} \geq 0$ نتیجه می‌شود که a الزاماً عددی نامنفی است. بنابراین $(-a^3)$ کمترین مقدار ممکن است. با توجه به نامنفی بودن a دو طرف فرض سؤال را به توان ۵ می‌رسانیم. و داریم:

$$a^4 < \sqrt[5]{a} \xrightarrow[\text{دو طرف به توان ۵}]{a \geq 0} a^{20} < a \Rightarrow a^{20} - a < 0 \Rightarrow a(a^{19} - 1) < 0$$

(نامنفی $a \geq 0$) \downarrow

$$a^{19} - 1 < 0$$

$$\frac{1}{a} > \sqrt[19]{a} > \sqrt{a} > -a^3 \leftarrow \boxed{0 \leq a < 1}$$

$a^{19} < 1$
 \downarrow

توجه: این تست را می‌توان با فرض $a = \frac{1}{64}$ بررسی کرد، زیرا:

$$\frac{1}{a} = 64, \sqrt[19]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}, \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}, -a^3 = -\left(\frac{1}{64}\right)^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{56}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{112\sqrt{y}}{x - y} = \frac{56(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y} + \frac{112\sqrt{y}}{x - y} = \frac{56(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x - y}$$

$$= \frac{56(\cancel{\sqrt{x} + \sqrt{y}})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\cancel{\sqrt{x} + \sqrt{y}})} = \frac{56}{-28} = -2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد مزدوج:

$$(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-24})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-24}) = (x+2) - (x-24)$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-24}) \times 13 = 26 \Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{x-24} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$ پس $2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1}$

$$\sqrt[7]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{7}} \times (2 - \sqrt{3})^{-\frac{1}{7}} \times 2^{\frac{1}{7}} \Rightarrow \sqrt[7]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{7} - \frac{1}{7}} \times 2^{\frac{1}{7}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[7]{A} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{7}} \times 2^{\frac{1}{7}} \Rightarrow \sqrt[7]{A} = (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{7}} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۳}} A = (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{3}{7}}$$

$$\Rightarrow A = ((\sqrt{3} - 1)^2)^{\frac{3}{7}} \Rightarrow A = \sqrt{3} - 1$$

عبارت مورد نظر سؤال $= (\sqrt{3} + 1)A = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به عنوان مثال نقض $a = -3$ و $b = -2$ و $n = 1$:

$$(-3)^3 < (-2)^3 \Rightarrow -27 < -8 \Rightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$$

بقیه موارد همواره درست‌اند.

۱۱) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحادهای مربع کامل و مکعب کامل داریم:

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 5}{x^3 - 4x + 6} = \frac{(x-2)^3 + 3}{(x-2)^3}$$

حالا با جایگذاری $x = \sqrt[3]{9} + 2 = \sqrt[3]{3} + 2$ داریم:

$$\frac{((\sqrt[3]{3} + 2) - 2)^3 + 3}{((\sqrt[3]{3} + 2) - 2)^3} = \frac{(\sqrt[3]{3})^3 + 3}{(\sqrt[3]{3})^3} = \frac{6}{\sqrt[3]{9}} \xrightarrow{\text{ضرب و تقسیم در } \sqrt[3]{3}} \frac{6\sqrt[3]{3}}{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

۱۲) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 6^4 x^6 - y^6 &= (6^2 x^3 - y^3)(6^2 x^3 + y^3) \\ &= (2x - y)(4x^3 + 2xy + y^3)(2x + y)(4x^3 - 2xy + y^3) \end{aligned}$$

۱۳) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a+8} = 5 &\Rightarrow a+8 = 125 \Rightarrow a = 117 \\ \sqrt[3]{a-81} = \sqrt[3]{117-81} &= \sqrt[3]{36} = 6 \end{aligned}$$

۱۴) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (x+y)(x-y)(x^2 + x^2 y^2 + y^2) &= (x^3 - y^3)(x^2 + x^2 y^2 + y^2) \\ &= x^6 - y^6 = (2\sqrt[3]{5})^6 - (\sqrt[3]{3})^6 = 2^6 \times 5^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591 \end{aligned}$$

۱۵) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$5a^2 + 4b^2 + 8ab - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (2a + 2b)^2 + (a - 1)^2 = 0$$

طبق رابطه بالا، جمع دو مقدار مثبت، صفر شده است. بنابراین تک تک این عبارتها صفر است. بنابراین:

$$2a + 2b = 0, a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow (a - b)^2 = (1 - (-1))^2 = 4$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴