

۱ اگر  $\sin \alpha < 0$  و  $\tan \alpha < 0$  باشد، زاویه  $\alpha$  در کدام ناحیه قرار دارد؟

۴ چهارم

۳ سوم

۲ دوم

۱ اول

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲ چند مورد از تساویهای زیر به ازای هر  $\alpha$  دلخواه و تعریف شده درست است؟

الف)  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$

ب)  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

پ)  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

ت)  $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$

ث)  $1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \sin \alpha$

ج)  $\left( \frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right) (1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$

۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۳ مساحت متوازی‌الاضلاعی به طول  $\sqrt[4]{3}$  و یک زاویه داخلی  $120^\circ$  برابر ۷۲ است. اندازه عرض متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۴ ۶

۳ ۱۲

۲  $6\sqrt{3}$

۱  $12\sqrt{3}$

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۴ حاصل عبارت  $(1 - \sin \theta) \left( \frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right)$  برابر است با:

۴  $\cot \theta$

۳  $\tan \theta$

۲  $\cos \theta$

۱  $\sin \theta$

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵ فرض کنید نقطه P روی دایره مثلثاتی در ربع دوم با زاویه  $60^\circ$  قرار دارد. مختصات نقطه عبارت است از:

۱  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 
 ۲  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 
 ۳  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 
 ۴  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

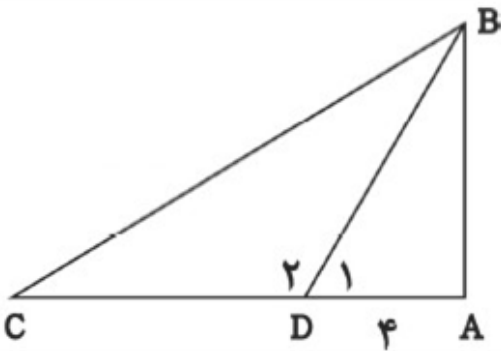
-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۶ حاصل عبارت  $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos \theta(1 + \sin \theta)}$  کدام است؟

۱  $\frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}$ 
 ۲  $\frac{\operatorname{Cotg} \theta}{\cos^2 \theta}$ 
 ۳  $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$ 
 ۴  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۷ در شکل مقابل، فرض کنید مثلث BCD متساوی‌الساقین باشد و  $\cos D_1 = 0/8$ ، در این صورت  $\operatorname{Cotg} C$  کدام است؟  $(\hat{A} = 90^\circ)$



۱ ۱
  ۲  $\frac{1}{2}$ 
 ۳ ۳
  ۴  $\frac{1}{3}$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۸ فرض کنیم  $\theta$  زاویه‌ای باشد که  $\operatorname{Cotg} \theta = 2 \cos \theta$ ، در این صورت  $\cos \theta$  چقدر است؟

۱ ۱
  ۲  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 
 ۳  $\frac{1}{2}$ 
 ۴  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۹ در مثلث ABC:  $AC = 4\sqrt{2}$  و  $\hat{C} = 30^\circ$  و  $\hat{B} = 45^\circ$  است. طول ضلع AB، کدام است؟

۱ ۶
  ۲ ۴
  ۳  $4\sqrt{2}$ 
 ۴  $2\sqrt{2}$

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۰) اگر  $f(x)$  تابع خطی گذرنده از نقاط  $A(1, -1)$  و  $B(3, 3)$  باشد، حاصل  $f(1 - \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2})$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

$4\sqrt{2} + 6$  (۲)

$4\sqrt{2} - 6$  (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۱) اگر  $\operatorname{tg} x = -2$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}$  کدام است؟

$\frac{765}{127}$  (۴)

$\frac{756}{127}$  (۳)

$\frac{175}{127}$  (۲)

$\frac{157}{127}$  (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۲) اگر کمترین و بیشترین مقدار عبارت  $M = \left(\cos x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3$  به ترتیب  $a$  و  $b$  باشند، حاصل  $9b - 12a$  کدام است؟

۱۶ (۴)

-۱۶ (۳)

-۶ (۲)

۶ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۳) اگر  $\sin x + \cos x = 1/2$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$  کدام است؟

$\frac{31}{12}$  (۴)

$\frac{30}{11}$  (۳)

$\frac{61}{12}$  (۲)

$\frac{60}{11}$  (۱)

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۴) اگر زاویه میان شعاع  $\vec{OP}$  با جهت مثبت محور  $x$ ها و  $OP = 10$  و  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و انتهای کمان در ناحیه دوم باشد،

حاصل جمع طول و عرض نقطه  $P$ ، کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

دهم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۵ اگر  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{\sqrt{5}}{10}$       ۲  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       ۳  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ۴  $\frac{\sqrt{5}}{10}$

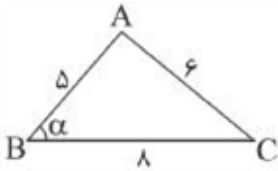
سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۶ در یک متوازی‌الاضلاع اندازه‌ی یک ضلع و یک قطر ۶ و  $6\sqrt{3}$  و زاویه‌ی بین آنها  $60^\circ$  است. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱ ۵۴      ۲ ۲۷      ۳ ۳۶      ۴ ۱۸

سوالات گردآوری شده-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۱۷ در شکل زیر مقدار  $\cos \alpha$  چه قدر است؟



- ۱  $\frac{13}{16}$       ۲  $\frac{63}{80}$       ۳  $\frac{11}{16}$       ۴  $\frac{53}{80}$

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۸ اگر  $\sin \alpha = \sqrt{3m-1}$  و  $\cos \alpha = \sqrt{\frac{m+1}{5}}$ ، در این صورت مقدار  $m$  کدام است؟

- ۱  $\frac{11}{16}$       ۲  $\frac{7}{16}$       ۳  $\frac{9}{16}$       ۴  $\frac{5}{16}$

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۹ در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $AB = 4$  و  $AC = 5$  و  $\hat{A} = 75^\circ$  است. اگر  $\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $\triangle ABC$  کدام است؟

- ۱  $5\sqrt{2 + \sqrt{3}}$       ۲  $5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$       ۳  $\frac{5(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}$       ۴  $\frac{5\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$

۵-هم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۲۰ اگر  $\sin \theta = b - 2a$  و  $\cos \theta = 2b + a$  و انتهای کمان در ناحیه اول و  $b - a = \frac{1}{\sqrt{5}}$  باشد، مقدار  $\tan \theta$ ، کدام

است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

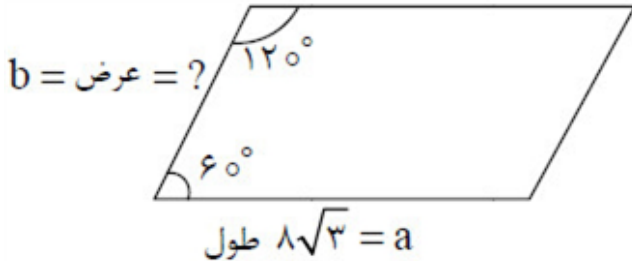
دهم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون  $\sin \alpha < 0$  پس  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع سوم یا چهارم است و چون  $\tan \alpha < 0$  پس  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع دوم یا چهارم است. در کل  $\alpha$  زاویه‌ای در ربع چهارم است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر ۶ مورد درست هستند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زوایای مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند:



$$S_{\square} = a \times b \times \sin 60^{\circ}$$

$$72 = 8\sqrt{3} \times b \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \text{عرض} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left( \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) = \left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta)$$

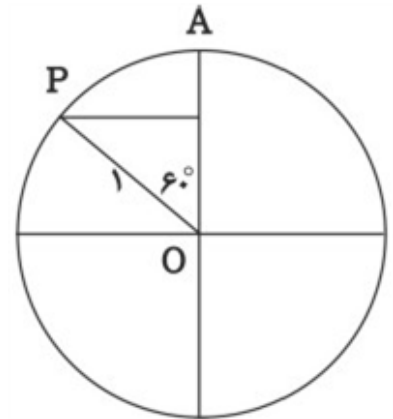
$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون در ربع دوم قرار دارد، بنابراین مؤلفه X منفی و مؤلفه Y مثبت است.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^{\circ} = \frac{PA}{OP} = \frac{PA}{1} \Rightarrow PA = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_p = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \cos 60^{\circ} = \frac{OA}{OP} = \frac{OA}{1} \Rightarrow OA = \frac{1}{2} \Rightarrow y_p = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (x_p, y_p) = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} = \frac{1}{\cos \theta (1 - \sin^2 \theta)} - \frac{1}{\cos \theta (1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 - 1 + \sin \theta}{\cos \theta (1 - \sin^2 \theta)} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\cos D = \frac{AD}{BD} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{4}{BD} \Rightarrow BD = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:

۷

همچنین طبق قضیه فیثاغورس برای مثلث ABD داریم:

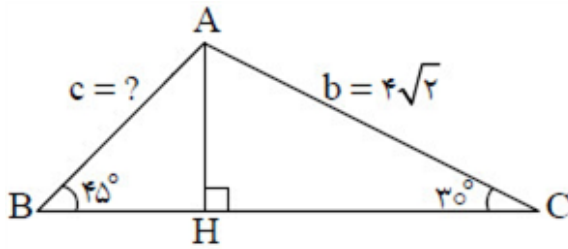
$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3$$

$$\cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{3} = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸

$$\cot \theta = 2 \cos \theta \Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \cos \theta \Rightarrow 2 \sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با رسم ارتفاع AH:

۹

$$\begin{cases} \sin 45^\circ = \frac{AH}{c} \\ \sin 30^\circ = \frac{AH}{b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c \times \sin 45^\circ = b \times \sin 30^\circ \\ c \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow AB = c = 4$$

$f(x)$  تابع خطی است  $\Rightarrow f(x) = ax + b$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰

$$\left. \begin{aligned} A(1, -1) &\Rightarrow -1 = a(1) + b \\ B(3, 3) &\Rightarrow 3 = a(3) + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow f(x) = 2x - 3$$

$$f(1 - \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2}) = 2(1 - \sqrt{2}) - 3 + 2(1 + \sqrt{2}) - 3 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  بنابراین:

۱۱

$$\tan x = -2 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = -2 \Rightarrow \sin x = -2 \cos x$$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} = \frac{(-2 \cos x)^2 + \cos^2 x}{(-2 \cos x)^4 + \cos^4 x} = \frac{4 \cos^2 x + \cos^2 x}{16 \cos^4 x + \cos^4 x} = \frac{5 \cos^2 x}{17 \cos^4 x} = \frac{5}{17} (1 + \tan^2 x)^2$$

$$= \frac{5}{17} (1 + (-2)^2)^2 = \frac{5 \times 25}{17} = \frac{125}{17}$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -\frac{5}{3} \leq \cos x - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۲

$$2 \text{ حدود توان } 2 \Rightarrow 0 \leq \left( \cos x - \frac{2}{3} \right)^2 \leq \frac{25}{9} \xrightarrow{+3} \underbrace{3}_{a} \leq M \leq \underbrace{\frac{52}{9}}_b$$

$$9b - 12a = 9 \times \frac{52}{9} - 12 \times 3 = 52 - 36 = 16$$

$$\sin x + \cos x = 1/2 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x}_{=1} = 1/4$$

$$\sin x \cdot \cos x = 0/22 \Rightarrow \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{1/2}{0/22} = \frac{60}{11}$$

$$\vec{op} = r = 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = 6$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 100 = x^2 + 36 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 & \text{غیرقابل قبول} \\ x = -8 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

ناحیه دوم

مختصات نقطه  $p$  برابر است با:

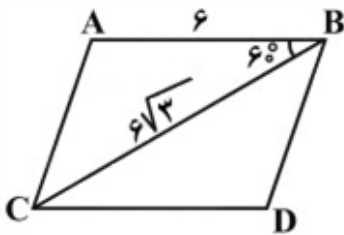
$$p \begin{vmatrix} -8 \\ 6 \end{vmatrix}$$

$$-8 + 6 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \cos \alpha < 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، مساحت متوازی الاضلاع دو برابر مساحت مثلث ABC است:

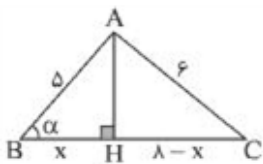


$$S = 2S_{ABC}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \hat{B} = 6 \times 6 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر در مثلث ABC، ارتفاع AH را رسم کنیم در این صورت با توجه به رابطه فیثاغورس در مثلثهای ABH و ACH داریم:



$$ABH : x^2 + y^2 = 25 \quad (1)$$

$$ACH : y^2 + (8-x)^2 = 36 \Rightarrow y^2 + 64 + x^2 - 16x = 36$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} 25 + 64 - 16x = 36 \Rightarrow 16x = 53 \Rightarrow x = \frac{53}{16}$$

$$ABH : \cos \alpha = \frac{x}{5} = \frac{53}{16} = \frac{53}{80}$$



با توجه به رابطه  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ، ابتدا مقدار  $m$  را محاسبه می‌کنیم:

$$3m - 1 + \frac{m+1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{15m - 5 + m + 1}{5} = 1 \Rightarrow 16m - 4 = 5 \Rightarrow 16m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{16}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin 75^\circ = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = 5\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 75^\circ = \frac{1}{1+4+3-4\sqrt{3}} = \frac{1}{4(2-\sqrt{3})} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

$$\sin^2 \theta = b^2 + a^2 - 2ab$$

$$\cos^2 \theta = b^2 + a^2 + 2ab$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 5b^2 + 5a^2 = 5(a^2 + b^2) = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{1}{5}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{1}{5} \\ b - a = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow b = a + \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$a^2 + \left(a + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow a^2 + a^2 + \frac{2}{\sqrt{5}}a + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow 2a^2 + \frac{2a}{\sqrt{5}} = 0$$

در نتیجه:

$$a \left(2a + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ قابل قبول} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow b = 0 \end{cases} \quad \text{ناحیه اول:}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} - 0 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} + 0 = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴