



نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

۱ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۲ مجموعه A دارای ۷۰ عضو و مجموعه B دارای ۵۰ عضو و اشتراک آن‌ها ۳۲ عضو دارد. با حذف ۱۶ عضو از مجموعه A که آن را در وضعیت جدید F می‌نامیم، از $A \cap B$ تعداد ۹ عضو حذف می‌شود. تعداد اعضای اجتماع مجموعه F با مجموعه جدید B کدام است؟

- ۱) ۷۲ ۲) ۸۸ ۳) ۹۳ ۴) ۹۵

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۳ اگر x, y, z دنباله‌ای هندسی با جملات نابرابر و z, y, x یک دنباله حسابی باشد، مقدار $\left[\frac{x}{z}\right]$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۲۵

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۴ کدام مجموعه دارای بیشترین عضو صحیح است؟

- ۱) $(-\infty, 6] \cap (2, 9)$ ۲) $(-3, 0) \cup (-2, 5]$
۳) $[2, 4) - (3, +\infty)$ ۴) $(3, +\infty) - [2, 4)$

سوالات گردآوری شده-سری (۴) آزمونهای نشان برتر-آزمونهای ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵ اگر M مجموعه مرجع و $n(M) = 80$ و مجموعه‌های A, B زیرمجموعه‌هایی دلخواه از مجموعه مرجع باشند به طوری که $n(A) = 35$ و $n(B) = 45$ و $n(A \cap B') = 25$ باشد، $n(M - (A \cup B))$ کدام است؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۶ مجموع سه جمله متوالی یک دنباله حسابی صعودی ۲۷ و حاصل ضرب همان سه جمله ۱۵۳ است. اگر بزرگ‌ترین مقدار این سه جمله m و کوچک‌ترین آن n باشد، حاصل $2m + 7n$ کدام است؟

- ۱) ۲۵ ۲) ۴۱ ۳) ۹۷ ۴) ۱۳۷

دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۷ در یک دنباله هندسی، جمله اول را نصف و قدرنسبت را ۲ برابر می‌کنیم. حاصل ضرب ۱۰ جمله اول، چند برابر خواهد شد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۲^{۱۰} (۳) ۲^{۳۵} (۴) ۲^{۹۰}

-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۸ جمله نهم دنباله بازگشتی $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + a_{n-\lfloor \frac{n}{3} \rfloor}$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۹ ۷۵ درصد دانش‌آموزان یک کلاس، عضو حداقل یکی از دو گروه فوتبال و بسکتبال هستند و ۳۵ درصد آن‌ها عضو حداقل یکی از دو گروه هستند. چند درصد دانش‌آموزان، فقط عضو یکی از دو گروه هستند؟

- ۲۵ (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴)

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۱۰ اگر جملات z و y و x تشکیل یک دنباله حسابی و جملات z و y و x تشکیل دنباله هندسی بدهند. حاصل جمع قدر نسبت دنباله حسابی با قدر نسبت دنباله هندسی، کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) $1 + 2^x$ (۳) 2^x (۴)

-دهم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱ اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، چند مورد از حاصل نهایی مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- الف) $A \cap B$ ب) $B - A$ ج) $A - B$ د) $(A - B) - A$ هـ) $A \cup B$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

-دهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۱۲ در دنباله حسابی a_n می‌دانیم که سه جمله $a_6 + 2$ ، a_5 و $a_3 - 1$ به ترتیب از چپ به راست تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دهند. در این صورت جمله نخست دنباله a_n برابر چند است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (۴)

سوالات گردآوری شده-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۱۳ در دنباله حسابی $a, b, c, d, \dots$ ، مقدار $a + b + c + d$ ، کدام است؟

- ۱۰۸ (۱) ۱۳۲ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۹۴ (۴)

-دهم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۴ اگر عدد -3 یکی از اعضای بازه $(a + 5, 2a - 1]$ باشد، محدوده a کدام است؟

- ۱) $-8 < a \leq -1$ ۲) $-8 \leq a < -1$ ۳) $-9 < a \leq -2$ ۴) $-9 \leq a < -2$

آزمونهای گزینه ۲-دهم-سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۵ دنباله a_n در شرط $a_{n+1} - a_n = \frac{n}{a_n}$ صدق می‌کند. اگر جملات a_2, a_3, a_4 به ترتیب از چپ به راست تشکیل دنباله حسابی بدهند، آن‌گاه قدرنسبت این دنباله حسابی برابر کدام است؟ (a_2 جمله اول دنباله حسابی است).

- ۱) ۱ یا صفر ۲) -۱ یا صفر ۳) ۱ یا -۱ ۴) صفر

سوالات گردآوری شده - سال تحصیلی ۱۴۰۰_۱۴۰۱

۱۶ برای مجموعه دلخواه A می‌دانیم $x \in A$ و $x \notin (A - B)$. کدام نتیجه درست است؟

- ۱) $x \in A'$ ۲) $x \in B$ ۳) $x \in B'$ ۴) $x \in (B - A)$

آزمونهای گزینه ۲ - دهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷ در یک الگوی خطی حاصل جمع جملات پنجم و چهاردهم برابر ۳۰- است. اگر $a_{19} - a_{10} = -36$ باشد، جمله بیست و پنجم دنباله، کدام است؟

- ۱) ۴۷ ۲) -۴۷ ۳) ۵۳ ۴) -۵۳

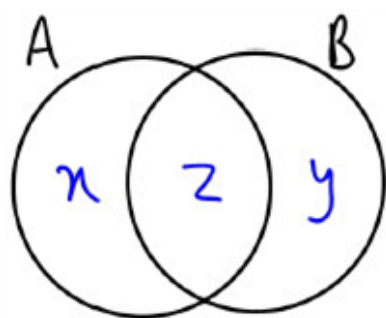
دهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۸ اگر به اعداد ۴ و ۸ و ۲۴، مقدار ثابتی اضافه کنیم، سه عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. حاصل جمع آن مقدار ثابت با قدر نسبت دنباله، کدام است؟

- ۱) $\frac{16}{3}$ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

دهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} (x+z) - (z+y) = 14 \\ (x+y+z) - z = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = 14 \\ x+y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$n(B-A) = y = 3$$

$$n(A) = 70 \Rightarrow n(F) = 70 - 16 = 54$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(F \cap B) = 32 - 9 = 23$$

$$n(B) \text{ جدید} = 50 - 9 = 41$$

تعداد اعضای B جدید:

$$n(F \cup B) = n(F) + n(B) - n(F \cap B) = 54 + 41 - 23 = 72$$

جدید

جدید

جدید

دنباله هندسی

$$y^x = xy$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دنباله هندسی

$$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} 6y = x + 5z \Rightarrow y = \frac{x+5z}{6} \Rightarrow \left(\frac{x+5z}{6}\right)^x = xz$$

$$\Rightarrow x^x + 25z^x + 1 - xz = 36xz \Rightarrow x^x + 25z^x - 26xz = 0$$

$$\xrightarrow{\div z^x} \left(\frac{x}{z}\right)^x + 25 - 26\left(\frac{x}{z}\right) = 0 \xrightarrow{\frac{x}{z}=t} t^x - 26t + 25 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \text{ ق ق} \\ t=25 \text{ ق ق} \end{cases}$$

به ازای $t=1$ نتیجه می‌گیریم که $\frac{x}{z} = 1$ در نتیجه $x = z$ طبق فرض جملات با برابر $x \neq z$ پس $t=25$ قابل قبول است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 \text{ گزینه} : (-\infty, 6] \cap (2, 9) = (2, 6]$$

عضوهای صحیح : ۶, ۵, ۴, ۳

$$2 \text{ گزینه} : (-3, 0) \cup (-2, 5] = (-3, 5]$$

عضوهای صحیح : ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰, -۱, -۲

$$3 \text{ گزینه} : [2, 4) - (3, +\infty) = [2, 3]$$

عضوهای صحیح : ۳, ۲

$$4 \text{ گزینه} : (3, +\infty) - [2, 4) = [4, +\infty)$$

عضوهای صحیح : ۴, ۵, ۶, ...

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵

$$\begin{aligned} n(A \cap B') &= n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 25 = 35 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 35 + 45 - 10 = 70 \\ n(M - (A \cup B)) &= 80 - 70 = 10 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بهتر است این سه جمله متوالی را به صورت $K - d, K, K + d$ نمایش دهیم:

$$(K - d) + K + (K + d) = 27 \Rightarrow 3K = 27 \Rightarrow K = 9$$

$$(K - d) \times K \times (K + d) = 153 \Rightarrow (9 - d) \times \cancel{9} \times (9 + d) = \cancel{153}^{17}$$

$$81 - d^2 = 17 \Rightarrow d^2 = 64 \xrightarrow{\text{دنباله صعودی}} d = 8 \Rightarrow \dots, 1, 9, 17, \dots$$

$\downarrow$
n

$\downarrow$
m

$$2m + 7n = 2(17) + 7(1) = 41$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در یک دنباله هندسی، اگر جمله اول را a و قدرنسبت را q در نظر بگیریم، حاصل ضرب ده جمله اول برابر است با:

$$a \times aq \times aq^2 \times aq^3 \times \dots \times aq^9 = a^{10} \times q^{1+2+\dots+9} = a^{10} \times q^{\frac{9 \times (9+1)}{2}} = a^{10} q^{45}$$

حالا اگر جمله اول نصف و قدرنسبت ۲ برابر شود، داریم:

$$\left(\frac{a}{2}\right)^{10} \times (2q)^{45} = \frac{a^{10}}{2^{10}} \times 2^{45} \times q^{45} = \left(\frac{2^{45}}{2^{10}}\right) a^{10} q^{45} = (2^{35}) a^{10} q^{45}$$

پس مقدار موردنظر، 2^{35} برابر شده است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 4 \Rightarrow a_5 = a_3 + a_4 = 1 + 2 = 3$$

$$n = 5 \Rightarrow a_6 = a_4 + a_5 = 2 + 2 = 4$$

$$n = 6 \Rightarrow a_7 = a_5 + a_6 = 2 + 2 = 4$$

$$n = 7 \Rightarrow a_8 = a_6 + a_7 = 4 + 4 = 8$$

$$n = 8 \Rightarrow a_9 = a_7 + a_8 = 4 + 4 = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر جمعیت کلاس را ۱۰۰ نفر فرض کنیم، آنگاه تعداد اعضای که حداقل در یکی از دو مجموعه هستند:

$$n(A \cup B) = 75$$

و تعداد اعضای که حداکثر در یکی از دو مجموعه هستند:

$$n(A \cap B)' = 35 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - n(A \cap B)' = 100 - 35 = 65$$

$$n(A - B) \cup n(B - A) = \text{تعداد اعضای که فقط در یکی از دو مجموعه } A, B \text{ باشند}$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 75 - 65 = 10$$

۱۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x+z}{2}$$

$$(\sqrt[4]{y})^2 = \sqrt[2]{x} \cdot \sqrt[2]{z} \Rightarrow \sqrt[4]{y} = \sqrt[2]{x} \cdot \sqrt[4]{z} = \sqrt[2]{x+z}$$

$$\begin{cases} \sqrt[4]{y} = x+z \\ \sqrt[4]{y} = x+\sqrt[4]{z} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[4]{y} = \sqrt[4]{z} \Rightarrow y = z \Rightarrow x = z$$

$$\text{هندسی: } \sqrt[2]{x}, \sqrt[4]{x}, \sqrt[8]{x} \Rightarrow q = \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[2]{x}} = \sqrt[4]{x}$$

$$\text{حسابی: } x, x, x \Rightarrow d = 0$$

$$q + d = \sqrt[4]{x} + 0 = \sqrt[4]{x}$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد ج و ه نامتناهی اند، بنابراین ۳ مورد دیگر متناهی اند.

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آن جا که $a_6 + 2$ و a_5 و $a_3 - 1$ از چپ به راست دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ می سازند، نتیجه می گیریم که:

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{a_5}{a_3 - 1} = \frac{a_6 + 2}{a_5} \Rightarrow \begin{cases} a_5 = 2a_3 - 2 \\ a_6 = 2a_5 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_3 + 2d = 2a_3 - 2 \\ a_3 + 3d = 2(a_3 + 2d) - 2 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} a_3 = 2d + 2 \\ a_3 = 2 - d \end{cases} \Rightarrow 2d + 2 = 2 - d \Rightarrow d = 0 \end{aligned}$$

پس $a_n = x$ دنباله ثابت است و $x + 2, x, x - 1$ تشکیل دنباله هندسی داده اند:

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = x^2 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین تمام جملات a_n برابر ۲ است.

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{قدرنسبت دنباله} = a - 3 = b - a = 27 - b = c - 27 = d - c$$

$$\begin{cases} a - 3 = b - a \Rightarrow 2a = b + 3 \Rightarrow a = \frac{b+3}{2} \\ b - a = 27 - b \Rightarrow b - \frac{b+3}{2} = 27 - b \Rightarrow 2b - b - 3 = 54 - 2b \Rightarrow b = 19 \Rightarrow a = 11 \end{cases}$$

$$\text{قدرنسبت} = 11 - 3 = 8$$

$$c = 27 + 8 = 35, d = 35 + 8 = 43$$

$$a + b + c + d = 11 + 19 + 35 + 43 = 108$$

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} \text{ نکته}$$

عدد ۳- یکی از اعضای بازه $(2a - 1, a + 5)$ است، پس:

$$\begin{cases} 2a - 1 \leq -3 \Rightarrow 2a \leq -2 \Rightarrow a \leq -1 \\ -3 < a + 5 \Rightarrow a > -8 \end{cases} \Rightarrow -8 < a \leq -1$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید قدرنسبت a_2, a_3, a_4 برابر d باشد. اینک داریم:

$$d = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$$

$$a_3 - a_2 = \frac{2}{a_2}, a_4 - a_3 = \frac{3}{a_3}$$

اما طبق شرط مسئله $a_{n+1} - a_n = \frac{n}{a_n}$ است. این یعنی:

بنابراین:

$$\frac{2}{a_2} = \frac{3}{a_3} \Rightarrow a_3 = \frac{3}{2}a_2 \Rightarrow a_2 + \frac{2}{a_2} = \frac{3}{2}a_2 \Rightarrow \frac{2}{a_2} = \frac{a_2}{2} \Rightarrow a_2 = 2 \text{ یا } -2$$

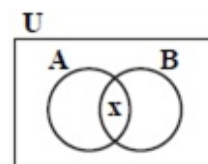
اگر $a_2 = 2$ باشد، پس $a_3 = \frac{3}{2}a_2 = 3$ است. در این صورت $d = 1$.

اگر $a_2 = -2$ باشد، پس $a_3 = \frac{3}{2}a_2 = -3$ است. در این صورت $d = -1$.

۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض سؤال اگر $x \in A$ ، ولی $x \notin (A - B)$ ، یعنی x عضو B هم بوده است.

پس گزینه ۲ پاسخ است. دقت کنید که وقتی x عضو A باشد، قطعاً نمی‌تواند عضو A' باشد.



۱۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = a_n + b \Rightarrow \begin{cases} a_5 = 5a + b \\ a_{14} = 14a + b \end{cases}$$

$$5a + b + 14a + b = -30 \Rightarrow 19a + 2b = -30$$

$$a_{10} - a_{19} = 10a + b - 19a - b = -9a = -36 \Rightarrow a = 4, b = \frac{-30 - 76}{2} = -53$$

$$a_{25} = 25a + b = 25(4) - 53 = 47$$

۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\wedge + k)^2 = (4 + k)(24 + k) \Rightarrow 64 + 16k + k^2 = k^2 + 28k + 96 \Rightarrow 12k = -32$$

$$k = -\frac{8}{3} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$4 - \frac{8}{3}, 8 - \frac{8}{3}, 24 - \frac{8}{3} \Rightarrow \text{دنباله هندسی: } \frac{4}{3}, \frac{16}{3}, \frac{64}{3}$$

$$q = \frac{16}{\frac{4}{3}} = 12 \Rightarrow k + q = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴